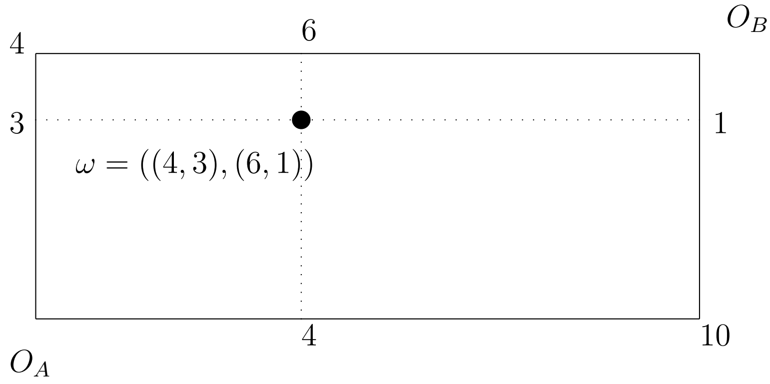
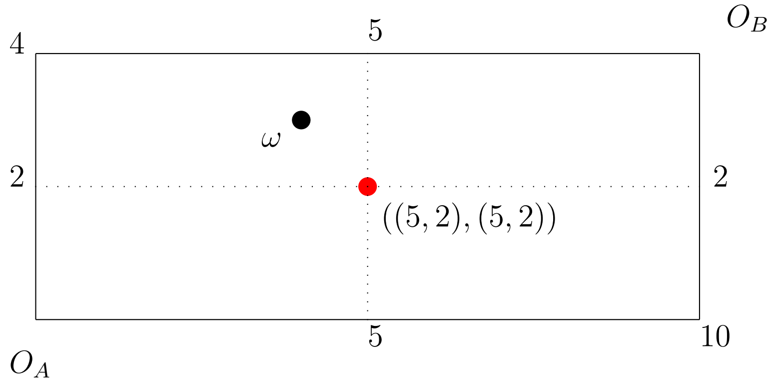
# 2009年度　ミクロ経済学初級II 第1回演習解答

グレーヴァ香子担当クラス

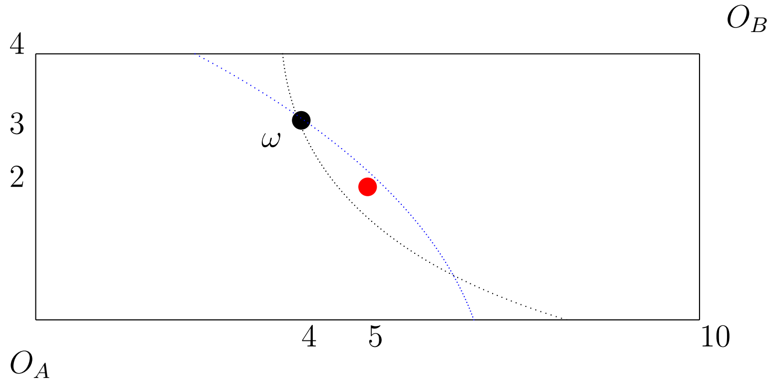
1. (a) ボックス図と初期保有ベクトルを表す点（黒）は以下のようになる。A さんの原点からの距離と B さんの原点からの距離がわかるように。




(b) 配分 $((5,2),(5,2))$ を赤で図に示す。A さんの原点から (5,2) の点と B さんの原点から (5,2) の点が一致しているのがわかるように。それがちょうど等式で実現可能性条件を満たしているということになる。




(c) 消費者 A の無差別曲線を黒、消費者 B の無差別曲線を青で表した。(もっとたくさん描いてもよい。)




無差別曲線は両人とも、原点から遠くなるほど高い効用を与えるとする。

2. (a) $\Pi(z)=p\sqrt{2z}-z$ は $z$ について凹関数なので、一階の条件で必要十分である。$z$ で微分して、

$$\frac{\partial \Pi}{\partial z}=\frac{p\sqrt{2}}{2\sqrt{z}}-1=0$$

とおく。これを解いて、$z^*=\frac{p^2}{2}$、$y_2=\sqrt{2z^*}=p$、$\Pi(z^*)=p^2-\frac{p^2}{2}=\frac{p^2}{2}$ となる。

(b) ラグランジェ乗数法と、限界代替率（限界効用の比）＝価格比の方法と両方で出しておく。今後は好きな方法で解いてよい。

まず、予算制約は

$$x_1+px_2=24+\frac{p^2}{2} \tag{1}$$

である。

ラグランジェ乗数法：

ラグランジェ関数　$\mathcal{L}=10(x_1)^2x_2+\lambda(24+\frac{p^2}{2}-x_1-px_2)$ を作る。これを消費者が動かせる変数 $x_1, x_2$ で微分して 0 とおいて（一階の条件という）解き、予算制約に代入する。（予算制約の部分は $\mathcal{L}$ を $\lambda$ で微分したものについての 1 階の条件、と表現されることもある。）

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= 10\times(2x_1)x_2-\lambda=0 && (2)\\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= 10(x_1)^2-\lambda p=0 && (3)\end{aligned}$$

(2), (3) より、$\lambda$ を消去して $x_2=\frac{x_1}{2p}$ あるいは $px_2=\frac{x_1}{2}$。これを予算制約式 (1) に代入して $x_1$ について解くと $x_1^*=16+\frac{p^2}{3}$ となる。これが財 1 の需要関数。財 2 の需要関数は $x_2^*=\frac{x_1^*}{2p}=\frac{8}{p}+\frac{p}{6}$ となる。

限界代替率を使う方法：

限界代替率は限界効用の比であるから、まず限界効用を求める。第 1 財の限界効用は $MU_1=\frac{\partial u}{\partial x_1}=20x_1x_2$、第 2 財の限界効用は $MU_2=\frac{\partial u}{\partial x_2}=10x_1^2$ である。従って、第 1 財の第 2 財に対する限界代替率は $MU_1/MU_2=2x_2/x_1$。これが価格比 $1/p$ と等しくなればよいということで

$$\frac{MU_1}{MU_2}=\frac{2x_2}{x_1}=\frac{1}{p} \iff x_2=\frac{x_1}{2p}$$

あとは上と同じ。

(c) 第 1 財の総需要量は $x_1^*=16+\frac{p^2}{3}$、総供給量は $24-\frac{p^2}{2}$ であるので、

$$16+\frac{p^2}{3}=24-\frac{p^2}{2} \iff p^*=\sqrt{\frac{48}{5}}$$

(d) $x_1^*=16+\frac{1}{3}\times\frac{48}{5}=\frac{96}{5}$、$x_2^*=\frac{x_1^*}{2p}=\sqrt{\frac{48}{5}}$ となる。