2011年度　ミクロ経済学中級b第1回演習(20分)

グレーヴァ香子担当クラス

定義等についてノートを見ていいですが、お友達と相談せず、自力でやりましょう。
白紙は出席とはみなしません。

消費者iの効用関数u_iが局所非飽和性を満たすとは、
任意の消費ベクトル$\mathbf{x}^i \in X^i$と任意の実数$\epsilon > 0$について、
$|\mathbf{x}'^i - \mathbf{x}^i| < \epsilon$　かつ　$u_i(\mathbf{x}'^i) > u_i(\mathbf{x}^i)$となるような$\mathbf{x}'^i \in X^i$が存在することである。

このとき、Walras 法則

$$p_1^* z_1(\mathbf{p}^*) + p_2^* z_2(\mathbf{p}^*) + \cdots + p_L^* z_L(\mathbf{p}^*) = \mathbf{p}^* z(\mathbf{p}^*) = 0$$

が成立することを以下の手順で証明しなさい。

1. すべての消費者の効用関数u_iが局所非飽和性を満たすとき、任意の消費者$i = 1, 2, \ldots, N$について、価格ベクトル$\mathbf{p}^*$において効用を最大にしている需要ベクトルを$\mathbf{x}^i(\mathbf{p}^*)$、任意の生産者$k$について利潤を最大にしている生産計画を$\mathbf{y}^{*k}(\mathbf{p}^*)$とすると、消費者の予算制約は等式で満たされる。

$$\mathbf{p}^*\mathbf{x}^i(\mathbf{p}^*) = \mathbf{p}^*\boldsymbol{\omega}^i + \sum_{k=1}^{K} \theta_k^i \mathbf{p}^*\mathbf{y}^{*k}(\mathbf{p}^*) \tag{1}$$

   これを背理法で証明するため、

   もし、需要ベクトル$\mathbf{x}^i(\mathbf{p}^*)$が予算を余らせていると、効用を最大にしていないことを示しなさい。

2. (1) をすべての消費者$i = 1, 2, \ldots, N$について足し合わせると$\sum_{i=1}^{N} \theta_k^i = 1$より

$$\mathbf{p}^* \sum_{i=1}^{N} \mathbf{x}^i(\mathbf{p}^*) = \mathbf{p}^* \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{\omega}^i + \sum_{k=1}^{K} \mathbf{p}^*\mathbf{y}^{*k}(\mathbf{p}^*) \tag{2}$$

   となることを証明しなさい。

3. (2) を、各財$j = 1, 2, \ldots, L$についての超過需要関数$z_j(\mathbf{p}^*) = \sum_{i=1}^{N} x_j^i(\mathbf{p}^*) - \sum_{i=1}^{N} \omega_j^i - \sum_{k=1}^{K} y_j^{*k}(\mathbf{p}^*)$を使って書き換えて、Walras 法則を導出しなさい。