

2018年度 ゲームの理論 a 演習第3回解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a) 最適反応に下線を付けると以下のようになる。

P1 \ P2	L	M	R
A	0, 0	0, 1	<u>4</u> , <u>4</u>
B	<u>2</u> , <u>8</u>	7, 7	3, 1
C	1, 1	<u>8</u> , <u>2</u>	1, 0

従って (A,R), (B,L), (C,M) の3つ。

- (b) $v_1 = 2, v_2 = 2$ で、これは各プレイヤーについて、上の3つの純戦略のナッシュ均衡の利得の最小値である。

- (c) ある。1回目は (B,M) を行い、

2回目は

1回目が (B,M) だったら (A,R) を、

1回目に (C,M) が起こったら (P1 が逸脱したら) (B,L) を、

1回目に (B,L) が起こったら (P2 が逸脱したら) (C,M) を、

その他の歴史の後では3つの純戦略のナッシュ均衡のどれかを行う、

という戦略の組み合わせ (s_1^*, s_2^*) を考えればよい。

このとき、2回目のすべての部分ゲームはナッシュ均衡になっているので、1回目だけ one-shot deviation がおきないことを証明する。

1回目に行動 x を行い、2回目の s_i^* に従うことを $x + s_i^*$ と書くとする

$$u_1(s_1^*, s_2^*) = 7 + 4$$

$$u_1(A + s_1^*, s_2^*) \leq 0 + 8$$

$$u_1(C + s_1^*, s_2^*) = 8 + 2$$

なのでプレイヤー1は1回目に逸脱しない。(1回目にAを行うとプレイヤー2はMをしているので0を得て、2回目のナッシュ均衡で得られる最大の利得が8である。) 同様に

$$u_2(s_1^*, s_2^*) = 7 + 4$$

$$u_2(s_1^*, L + s_2^*) = 8 + 2$$

$$u_2(s_1^*, R + s_2^*) \leq 1 + 8$$

なのでプレイヤー2も1回目に逸脱しない。

2. (a) 企業1の期待利潤は

$$\begin{aligned} E\Pi_1(p_1, p_2^H, p_2^L) &= \frac{1}{2}(p_1 - 3)(15 - 2p_1 + p_2^H) + \frac{1}{2}(p_1 - 3)(15 - 2p_1 + p_2^L) \\ &= (p_1 - 3)\left(15 - 2p_1 + \frac{p_2^H + p_2^L}{2}\right). \end{aligned}$$

タイプHの企業2の利潤は(期待値ではない)

$$\Pi_2^H(p_2^H, p_1) = (p_2^H - 4)(15 - 2p_2^H + p_1)$$

タイプLの企業2の利潤は

$$\Pi_2^L(p_2^L, p_1) = (p_2^L - 2)(15 - 2p_2^L + p_1).$$

- (b) 3人の最適反応関数を同時に解いて、

$$(p_1^*, p_2^{*H}, p_2^{*L}) = \left(7, \frac{15}{2}, \frac{13}{2}\right).$$