2017年度　ゲームの理論a 演習第1回解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a) P2のBはAに厳密に支配されている。最適反応がわかるように下線を付けると以下のようになる。

P1\ P2	A	B
U	$\underline{3}, \underline{2}, 3$	$0, 1, 0$
D	$2, \underline{3}, \underline{2}$	$\underline{4}, 2, 5$

P1\ P2	A	B
U	$\underline{2}, \underline{1}, \underline{4}$	$\underline{2}, 0, \underline{1}$
D	$1, \underline{1}, 1$	$0, 0, \underline{6}$

P3: L　　　　　　　P3: R

厳密に支配される戦略の逐次消去をすると、P2のBが消され、その次にP1のDもUに厳密に支配されるので消える。最後にP3のLがRに厳密に支配されるので、残るのは(U,A,R)という組み合わせだけである。従って授業でやった命題により、これがこのゲームのただ一つのナッシュ均衡である。

(b) まだP2のBはAに厳密に支配されているが、それを消してもP1の戦略の間に支配関係がない。

P1\ P2	A	B
U	$\underline{3}, \underline{2}, 3$	$0, 1, 0$
D	$2, \underline{3}, \underline{2}$	$\underline{4}, 2, 5$

P1\ P2	A	B
U	$1, \underline{1}, \underline{4}$	$\underline{2}, 0, \underline{1}$
D	$\underline{2}, \underline{1}, 1$	$0, 0, \underline{6}$

P3: L　　　　　　　P3: R

最適反応に下線をつけたが、全てのプレイヤーがお互いに最適反応している純戦略の組み合わせはないことがわかる。したがって、純戦略によるナッシュ均衡は存在しない。

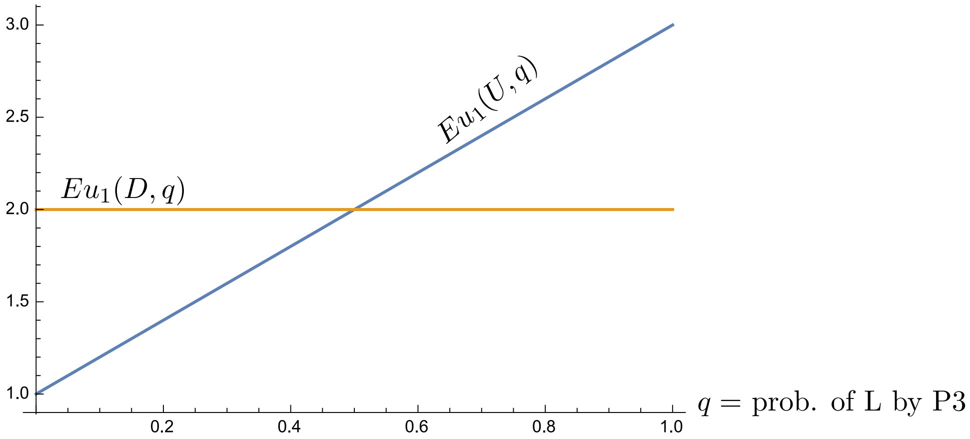
2. 1(b)のゲームにおいて、P2は戦略Bを正の確率で行うことは他のプレイヤー2人がどのような混合戦略を行っても最適反応ではない。したがって、混合戦略の範囲でもナッシュ均衡においてはP2は純戦略Aを行うはずである。

   これを踏まえ、P2がAを行うときの残りのP1, P3について利得行列を整理する。（真ん中のP2の利得は関係ないので空白にした。）

P1\ P3	L	R
U	$\underline{3}, , 3$	$1, , \underline{4}$
D	$2, , \underline{2}$	$\underline{2}, , 1$

   マッチングペニーみたいになっていることがわかるであろう。P1がUを行う確率をpとするとP1の混合戦略は$pU + (1-p)D$のように書ける。P3がLを行う確率をqとするとP3の混合戦略は$qL + (1-q)R$のように書ける。

   P3の混合戦略（あるいはq）をいろいろに動かして、P1の各純戦略の期待利得をグラフにすると以下のようになる。



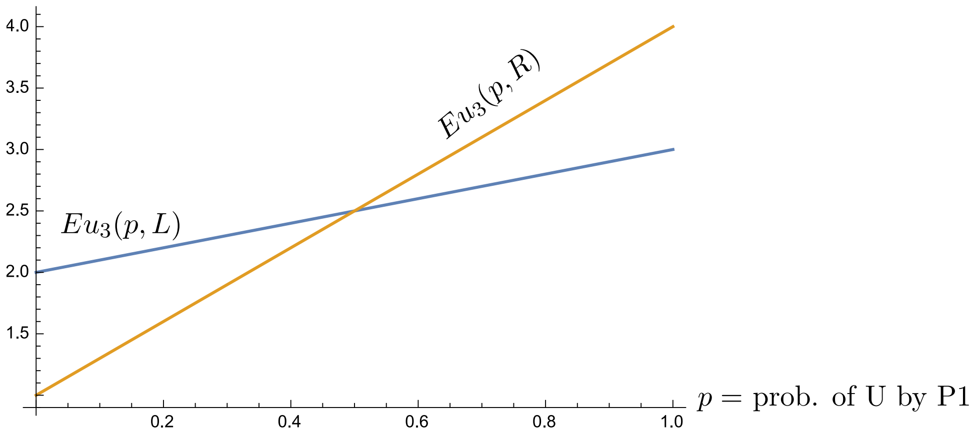
この図からもわかるが 、

$$Eu_1(D,q) = 2 \leqq Eu_1(U,q) = 3q + (1-q) \iff q \leqq \frac{1}{2}$$

だから

$$BR_1(q) = \begin{cases} \{D\} & \text{if } q < \frac{1}{2} \\ \Delta\{U,D\} & \text{if } q = \frac{1}{2} \\ \{U\} & \text{if } q > \frac{1}{2} \end{cases}$$

同様にして、P1 の混合戦略 p をいろいろに動かして P3 の各純戦略の期待利得を見ると、



$$Eu_2(p,L) = 3p + 2(1-p) \leqq Eu_2(p,R) = 4p + (1-p) \iff p \leqq \frac{1}{2}$$

だから

$$BR_2(p) = \begin{cases} \{L\} & \text{if } p < \frac{1}{2} \\ \Delta\{L,R\} & \text{if } p = \frac{1}{2} \\ \{R\} & \text{if } p > \frac{1}{2} \end{cases}$$

ゆえに混合戦略の範囲でナッシュ均衡はただひとつあって $(\frac{1}{2}U + \frac{1}{2}D, A, \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}R)$ である。