

2015年度 ゲームの理論 a 演習第2回 (20分)

グレーヴァ香子

- 白紙は出席とはみなしません。
- 自分のノートを見てもいいですが、お友達と相談せず、自力でやりましょう。
- 院生の人は採点して多少成績に加味します。

1. 以下の2人標準形ゲームを考える。

| P1 \ P2 | L | C | R |
|---------|------|------|------|
| U | 0, 1 | 1, 2 | 2, 1 |
| M | 4, 1 | 3, 5 | 1, 0 |
| D | 2, 0 | 2, 1 | 2, 1 |

- (a) 厳密に支配される戦略の逐次消去で残る戦略の組み合わせを全て求めなさい。(ヒント： $\{X, Y\} \times \{Z, W\}$ という形で書くと楽。)
- (b) 純戦略によるナッシュ均衡をすべて求めなさい。
- (c) 厳密に支配される戦略に正の確率を付けることは混合戦略まで考えてもナッシュ均衡にならないことを上の例を使って説明しなさい。
- (d) (おまけ：時間が余った人は混合戦略の範囲でナッシュ均衡を全て求めなさい。)
2. 授業では簡単な2期間問題について後ろ向き帰納法が最適解を出すことを説明した。ここでは、一般の2変数最大化問題とどう違うかを確認する。

2つの変数 x, y を集合 Z の中で動かして Z 上に定義された実数値関数 $f(x, y)$ を最大化するという問題は

$$\max_{(x,y) \in Z} f(x, y)$$

と書ける。(max が存在するか心配な人は、変数が動ける範囲は有限集合であることを仮定するか、sup に置き換えて議論してよい。)

$Z = \{(x, y) \mid x \in X, y \in Y(x)\}$ のように、 y が動ける範囲が x に依存する場合、

$$\max_{(x,y) \in Z} f(x, y) = \max_{x \in X} \{ \max_{y \in Y(x)} f(x, y) \}$$

であることを証明し、

$$\max_{y \in Y(x)} \{ \max_{x \in X} f(x, y) \}$$

という書き方には意味がないことを説明しなさい。(したがって最大化の順番が重要だということである。)