

2011年度 ゲームの理論 a 演習第2回解答

グレーヴァ香子

1. これは有名なチキンゲームである。まず、純戦略のナッシュ均衡は二つあって、(Go, Stop) と (Stop, Go) (第1項を P1 の戦略とする) である。混合戦略のナッシュ均衡があるかどうか調べよう。P2 の混合戦略を $(q, 1 - q)$ (第1項は Go の確率) とすると、P1 の期待利得は以下のようになる。 p は P1 が混合戦略 $(p, 1 - p)$ をするという意味である。

$$\begin{aligned}Eu_1(\text{Go}, q) &= q(-1000) + (1 - q)100 \\Eu_1(\text{Stop}, q) &= (1 - q)1 \\Eu_1(p, q) &= pEu_1(\text{Go}, q) + (1 - p)Eu_1(\text{Stop}, q)\end{aligned}$$

授業でやったように、このことから P1 の混合戦略の期待利得は純戦略の期待利得の中間にくることがわかる。したがって、 $q < \frac{99}{1099}$ のときは純戦略 Go のみが最適反応、 $q = \frac{99}{1099}$ のときはすべての混合戦略 (純戦略も含む) が最適反応、 $q > \frac{99}{1099}$ のときは純戦略 Stop だけが最適反応である。

P2 も同様にでき、混合戦略のナッシュ均衡が一つあって、それは $(\frac{99}{1099}, \frac{1000}{1099})$ (ただし (P1 の Go の確率、P1 の Stop の確率) (P2 の Go の確率、P2 の Stop の確率) の順) である。2 戦略ずつなので、 $(\frac{99}{1099}, \frac{99}{1099})$ としても、それぞれが Go の確率、と明記してあればオーケー。

2. (a) M は上の意思決定点にきたら 98 円を、下の意思決定点でも 98 円を選ぶのが最適である。R はこれを踏まえて、98 円を選ぶのが最適である。M の戦略は条件付き行動計画として書かなくてはならないので、(100 を見たとき、98 を見たとき) の順に書くことと、後ろ向きの帰納法による均衡は 2 店の戦略の組み合わせ、 $(s_R, s_M) = (98, (98, 98))$ である。
(98, 98) と書いたら、M の戦略の記述が不正確なので得点にならない。(48, 48) など書いても戦略の組み合わせでないので均衡の記述ではない。
- (b) ゲーム理論的にはおもしろくないが、この実質上一人ゲームの後ろ向きの帰納法による解は $(s_R, s_M) = (100, (100, 98))$ である。(あるいは、一人ゲームと解釈して $s_R = 100$ と書いても正解とする。)

しかしこれは経済学的には重要なモデルで、low price guarantee によって価格競争がむしろ押さえられ、2 店の利得が (a) のときより高くなっている。ある意味談合のようになっているのである。これは M が自らの価格引き下げの選択肢をなくしたというコミットメントのおかげで、R は M が後から値下げすることを心配しなくてすむからである。(M から R への「おたくが価格競争を挑まないならうちもしませんよ」という暗黙のメッセージであるという解釈もできる。)