

## 2011年度 ゲームの理論 a 演習第1回

グレーヴァ香子

- 次回 (5/6) の講義で解答解説を行います。それまでにやっておきましょう。学部生の方は特に答案は回収しません。この問題はグレーヴァのサイトにアップしておきます。
- 院生の方は次回 (5/6) の講義が始まるまでに解答をレポートとして提出して下さい。(講義の直前に教卓に提出するか、グレーヴァ研究室のメールボックスに事前に入れる。研究室棟受付に頼めば入れてくれます。講義の日の 10:30am JST までに届いたものを有効とします。) 採点し、成績に加味します。

1. 以下の2人同時ゲームの(双)行列表現を書きなさい。

企業1と企業2がある市場で複占状態であるとする。それぞれ同時に価格を  $\{2, 3, 4\}$  の集合の中から一つ選ぶというゲームを考える。企業  $i \in \{1, 2\}$  の利得は売上高とし、それは自社の価格かける需要量である。2社の製品は完全代替財<sup>1</sup>とし、自社の価格を  $p_i$ 、ライバル社の価格を  $p_j$  とすると  $i$  社の需要量は

$$D_i(p_i, p_j) = \begin{cases} (4.6 - p_i) & \text{if } p_i < p_j \\ \frac{1}{2}(4.6 - p_i) & \text{if } p_i = p_j \\ 0 & \text{if } p_i > p_j \end{cases}$$

となるとする。例えば、企業1が  $p_1 = 3$ 、企業2も  $p_2 = 3$  を選んだとすると各企業の売上高(利得)は  $3 \times \frac{1}{2}(4.6 - 3) = 2.4$  となる。企業1が  $p_1 = 3$ 、企業2が  $p_2 = 4$  を選んだ場合、高い方の企業2は需要が0なので売上高も0、安い方の企業1の利得は  $3 \times (4.6 - 3) = 4.8$  である。

2. 問題1で作った行列表現から、各企業について厳密に支配されている戦略を逐次消去して、残った戦略の組をすべて書きなさい。
3. 問題1を少しだけ変えて、各企業は  $\{1, 2, 3, 4\}$  の集合の中から価格を選べるとする。利得は問題1と同じ構造の売上高であるとして、新たな行列表現を書きなさい。
4. 問題3で作った行列表現から、各企業について厳密に支配されている戦略を逐次消去して、残った戦略の組をすべて書きなさい。
5. 弱く支配される戦略というのを定義する。

定義：プレイヤー  $i$  の戦略  $s_i$  が戦略  $s'_i$  に 弱く支配される ( $s_i$  is weakly dominated by  $s'_i$ ) とは

(1) 他のプレイヤーの任意の戦略の組  $s_{-i} \in S_{-i}$  について、 $u_i(s_i, s_{-i}) \leq u_i(s'_i, s_{-i})$

(2) かつ、少なくとも一つの戦略の組み合わせ  $\tilde{s}_{-i} \in S_{-i}$  について、 $u_i(s_i, \tilde{s}_{-i}) < u_i(s'_i, \tilde{s}_{-i})$  が成立することである。

問題3のゲームで厳密にあるいは弱く支配される戦略を消去し、縮小されたゲームでさらに厳密にあるいは弱く支配される戦略があれば消去し、... と逐次消去して残った戦略の組をすべて書きなさい。

6. 問題1と問題3のゲームそれぞれのナッシュ均衡をすべて求めなさい。

<sup>1</sup>この意味がわからない人はミクロ経済学初級を復習しましょう。