2010年度　ゲームの理論a 期末試験解答

グレーヴァ香子

1. (a) 最適反応に下線を付けると以下のようになる。

$1 \setminus 2$	L	C	R
U	$\underline{1}$, -2	1, -4	1, $\underline{-1}$
M	0, 0	$\underline{3}$, $\underline{1}$	0, 0
D	-1, -1	2, -1	$\underline{2}$, $\underline{0}$

ゆえに純戦略によるナッシュ均衡は二つあって (M,C) と (D,R)。

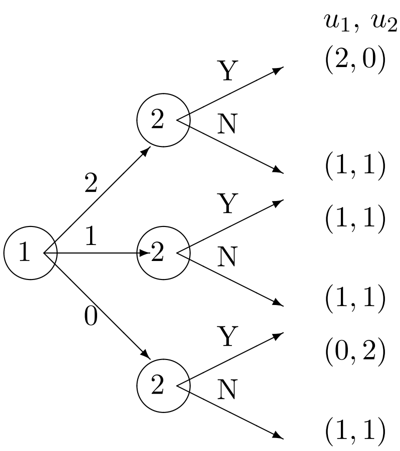
(b) 上記の表から、相手の戦略ごとに $\max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_j)$ が求まる。
プレイヤー1については $\max_{s_1 \in S_1} u_1(s_1, L) = 1$、$\max_{s_1 \in S_1} u_1(s_1, C) = 3$、$\max_{s_1 \in S_1} u_1(s_1, R) = 2$ なので、これらの最小値は1。
プレイヤー2については $\max_{s_2 \in S_2} u_2(s_2, U) = -1$、$\max_{s_2 \in S_2} u_2(s_2, M) = 1$、$\max_{s_2 \in S_2} u_2(s_2, D) = 0$ なので、これらの最小値は -1。

(c) 任意の $i = 1, 2$ をとり、任意の純戦略ナッシュ均衡を (s_1^*, s_2^*) とする。ナッシュ均衡においては $\max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_j^*) = u_i(s_i^*, s_j^*)$ $(j \neq i)$ であるから、

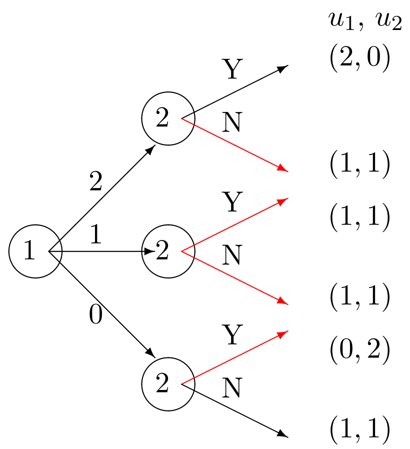
$$\min_{s_j \in S_j} \max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_j) \leqq \max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_j^*) = u_i(s_i^*, s_j^*)$$

が成立する。

2. (a) 樹形図は以下のように書ける。



(b) 各部分ゲーム（2の手番から始まる部分）を考える。P1が2を要求したときのP2の最適な行動はN、1を要求したときは、YもNも最適。0を要求したときはYが最適である。これらが一人部分ゲームにおける「ナッシュ均衡」である。



これを踏まえて P1 の手番から始まる全体のゲームを考えると、P1 は 2 を要求するか、１を要求すれば利得 1 がもらえるので最適。従って純戦略による部分ゲーム完全均衡は 4 つあって (プレイヤー１の戦略、２の戦略（2 を要求されたとき、１を要求されたとき、０を要求されたとき））の順に書くと、(2,(N,Y,Y))、(2,(N,N,Y))、(1,(N,Y,Y))、(1,(N,N,Y))。しかし、これらのどれでも達成される利得の組み合わせは (1,1) だけである。

このような場合分けと、P2 の戦略の形をしっかり理解して欲しい。

(c) (b) より、２回目の部分ゲーム完全均衡は 4 つあるがどれをとっても同じ利得しかもらえない。従って 1 回目に応じて 2 回目の均衡を使い分けるということには意味がなく、１回目も (1,1) を達成するどれかの均衡をプレイすることになる。従って 2 回繰り返しゲームの純戦略の部分ゲーム完全均衡として達成できる利得の組み合わせは (2,2) のみ。

(d) 平均利得の集合は 1 回でも２回でも同じ $\{(1,1)\}$ である。理由は (c) の議論参照。

3. (a) 買ったときの期待利得は $p2 + (1-p)(-4)$ であるからこれが非負なら買うべきである。即ち $p \geqq \frac{2}{3}$。

(b) 後ろから解く！買って、H だったときは NR が最適。L だったときは R が最適行動。次に買うかどうかを考える。両タイプがキャンペーンを行っているので r は事前確率の 0.3 である。買った後の最適行動を考えると、買うときの期待利得は $(0.3)2 + (0.7)0 = 0.6$ で、買わないときの期待利得 0 より大きい。従って最適な購買行動は B ’となる。

このような順番で解けていないと減点。

(c) キャンペーンを打たないという行動にどちらかのタイプの K が逸脱するかを考える。キャンペーンがないときは、$q \geqq \frac{2}{3}$ ならば買ってくれるがこのときは、L タイプの K が NC’ に行動をかえると利得が -1 から 4 に上がるので均衡にならない。

$q \leqq \frac{2}{3}$ なら X はキャンペーンがないときは買わない。このときも L タイプの K が NC’ にすれば利得が -1 から 0 に上がるので均衡にならない。

以上から、どちらのタイプであってもキャンペーンをするという一括均衡は存在しない。