数理経済学第８回（9908）*　　　　　　　　慶應義塾大学経済学部：矢野　誠

８．一般均衡経済と厚生経済学の第一定理

８．１．一般均衡経済

一般均衡経済： $E=(C^1,R^1,\ldots,C^H,R^H,Y^1,\ldots,Y^F)$

消費者： $h=1,\ldots,H$ ，

消費集合： $C^h\subset R^n$，

選好： P^h，irreflexive，R^h

$x^h=(x_1^h,\ldots,x_N^h)$ **は消費者 h の売買ベクター**

$x_i^h>0$： **消費者 h が市場から財 i を買っている．**

$x_i^h<0$： **消費者 h が市場に財 i を売っている．**

予算制約： $px^h\le 0$

企業： $f=1,\ldots,F$，

生産技術： $Y^f\subset R^n$

８．２．資源配分と実行可能性

資源配分： $(x^1,...,x^H, y^1,...,y^F) \in C^1 \times ... \times C^H \times Y^1 \times ... \times Y^F$

消費配分： $(x^1,...,x^H) \in C^1 \times ... \times C^H$

生産配分： $(y^1,...,y^F) \in Y^1 \times ... \times Y^F$

社会的消費集合：

$$C = \sum_{h=1}^{H} C^h = \{c : c = \sum_{h=1}^{H} c^h, \forall h, c^h \in C^h\}$$

社会的生産集合：

$$Y = \sum_{f=1}^{F} Y^f = \{y : y = \sum_{f=1}^{F} y^f, \forall f, y^f \in Y^f\}$$

実行可能な資源配分：以下の条件を満たす資源配分 $(x^1,...,x^H, y^1,...,y^F)$

$$\sum_{h=1}^{H} x^h \leq \sum_{f=1}^{F} y^f \quad .$$

実行可能な消費配分 $(x^1,...,x^H) \in C^1 \times ... \times C^H$ **とは** $\sum_{h=1}^{H} x^h \in Y$ **を満たすもの**

実行可能な生産配分 $(y^1,...,y^F) \in Y^1 \times ... \times Y^F$ **とは** $\sum_{f=1}^{F} y^f \in Y$ **を満たすもの.**

８．３．パレート最適配分

資源配分 $(x^1,\dots,x^H,y^1,\dots,y^F)\in C^1\times\dots\times C^H\times Y^1\times\dots\times Y^F$ が以下の条件を満たすならば，その配分はパレート最適であるという．

$$z^h\in R^h(x^h)\ \ \forall h,\ z^h\in P^h(x^h)\ \exists h \quad \Rightarrow\ \sum_{h=1}^{H} z^h \notin Y$$

宿題：労働 （１）と生産物（２）の二財，一つの企業，一人の消費者から経済を考えよ．企業の生産集合は

$$Y=\{(y_1,y_2):\quad ay_1+y_2\le 0,\quad y_1\le 0\ \}$$

であるとして生産集合を，図示せよ．また，消費者の労働供給量を l_1，財の消費量を x_2 とし， $x_1=-l_1$ とおいたとき，消費者の消費集合が

$$C=\{(x_1,x_2):\ x_1\ge -l,\ x_2\ge 0\}$$ ，

効用関数が

$$u=(x_1+l)x_2$$

であるとして，消費者の消費集合と典型的な無差別曲線を図示せよ．さらに，次の問いに答えよ．

１．パラメター a と l の経済学的意味を示せ．
２．実行可能な消費配分の集合を図示せよ．
３．パレート最適な配分を求め，その点を図で示せ．
４．（大学院生用）同一の消費者がもう一人存在する場合の実行可能な消費配分の集合はどのようなものか．またパレート最適な配分を求めよ．（すべて）

８．４．完全競争市場における一般均衡

完全競争市場の公準

公準１：すべての財について，それを取り引きする市場が存在する．
公準２：すべての市場参加者は価格受容者である．
公準３：すべての市場参加者は自発的行動を行う．

次の条件を満たす資源配分と価格ベクターのペア $(x^1,\ldots,x^H,y^1,\ldots,y^F,p)$ **を一般均衡と呼ぶ．**

０．　$p>0$．

１．　$\forall h\in\{1,\ldots,H\}$，　$px^h\le 0$，　$zP^hx^h \;\Rightarrow\; pz>0$ ．

２．　$\forall f\in\{1,\ldots,F\}$，　$y\in Y^f \;\Rightarrow\; py^f\ge py$ ．

３．　$$\sum_{h=1}^{H}x^h=\sum_{f=1}^{F}y^f$$ ．

宿題：一般均衡の定義において，各消費者の予算制約式の右辺はゼロであると想定されている．このような取り扱いをする理由を説明せよ．

８．５．一般均衡のパレート最適性

定理８．５．１（厚生経済学の第一定理）．各消費者が消費ベクター C^h の中のどの消費ベクターも局所的非飽和であり，かつ推移的である選好をもつとせよ．そのとき，一般均衡における配分はパレート最適である．

証明：いま，$(x^1,...,x^H,y^1,...,y^F,p)$が一般均衡であるとして，配分がパレート最適ではないとしよう．そうすると，資源配分 $(z^1,...,z^H,x^1,...,x^F)$ が存在して，

$$z^h \in R^h(x^h)\ \forall h, z^h \in P^h(x^h)\ \exists h,\quad x^f \in Y^f\ \forall f,\ \sum_{h=1}^{H} z^h \leq \sum_{f=1}^{F} x^f$$

が成立する（なぜか？）．したがって，均衡の条件０から，

(1) $$p\sum_{h=1}^{H} z^h \leq p\sum_{f=1}^{F} x^f$$

である．

均衡の条件１から， $z^h \in P^h(x^h)$ については，

(2) $$pz^h > px^h$$

が成立する．また，$z^h \in R^h(x^h)$ については，

(3) $$pz^h \geq px^h$$

が成立する．後者を示すために， $pz^h < px^h$ であると仮定しよう．そうすると，局所的非飽和性より， z^h に十分に近い z が存在して， $pz < px^h \leq 0$ であり， $z \in P^h(z^h)$ になる． $z^h \in R^h(x^h)$ なので，選好の推移性より，$z \in P^h(x^h)$ となる．したがって，均衡の条件１から $pz > 0$ となり，$pz < px^h \leq 0$ に矛盾する．したがって，(2)，(3) と均衡の条件１から，

(4) $$p\sum_{h=1}^{H} z^h > p\sum_{h=1}^{H} x^h$$

が成立する．また，$x^f \in Y^f$ なので，

均衡の条件２から，どの f についても， $py^f \geq px^f$ が成立するので，

(5) $$p\sum_{f=1}^{F} y^f \geq p\sum_{f=1}^{F} x^f$$

である．(4) と (5) は (1) に矛盾する．証明終わり．

８．６．厚生経済学の第二定理

第二定理：どのパレート最適配分も，ランプサム所得移転によって消費者間の資産の分配を適切に変更するならば，競争均衡として達成される．