

日本の財政の維持可能性のカリブレーションによる検証

櫻川昌哉（慶応義塾大学）

細野薫（学習院大学）

要旨

一定の財政政策ルールのもとで、政府債務が維持可能かどうかという問題に対し、資本市場の不完全性を考慮した確率的動学モデルを適用した。金融仲介コストを考慮することにより、金利と成長率との関係について、日本経済に観察される値を理論モデルと整合的に説明することに成功した。目標経済成長率 2.5% に対して、実質金利は平均で 2.57% となり、2011 年度以降、プライマリー・バランスが 1% の黒字を達成したとき、政府債務残高の対 GDP 比は平均的には徐々に低下していき、財政が維持可能性を満たす確率は 59.7% に達する。

第1節. はじめに

90年代前半以降、GDPをはるかに上回るペースで国債は大量発行されており、国債残高のGDP比は、2006年現在で1.7とOECD諸国の中でも圧倒的に高い値を示しており（OECD諸国でも1を越えているのは、日本以外にベルギーとギリシャくらいである）、財政収支は危機的な状況を迎えている。政府は、これを受けて、2006年に提案された「骨太の方針」のなかで、2011年度にプライマリー・サープラスを黒字化するという政府の目標を掲げ、財政再建に強い意欲をみせた。

この論文の目的は、「2011年度にプライマリー・サープラスを黒字化する」という政府目標によって、果たして財政破綻から逃れられるかどうかを、日本経済の将来をカリブレーションすることで検証することである。

財政の維持可能性についてはいくつかの検証法が提示されている。Hamilton and Flavin (1986)は、政府の動学的予算制約式における横断性条件をチェックすることで、財政の維持可能性を検証しようとしている¹。またBohn(1998)は、債務残高の対GDP比が長期的な収束条件を満たしているかどうかを調べることで、財政の維持可能性を検証している²。いずれも過去のデータを使った実証分析であり、今回の「骨太の改革」のように、財政改革の効果を分析するときには限界があり、今後の構造変化の効果を考慮できるカリブレーションには利点があるといえる。

2005年初頭、政府部内で「成長率－利子率論争」のなかで熱く論じられたように、財政の維持可能性を検証するうえで、将来の経済成長率と利子率の関係をどのように定式化するかはきわめて重要な意味を持っている。政府は、成長率と利子率に関していくつかのシナリオを提示し、それぞれについて将来の財政動向のシミュレーションを提示し、成長率が高くしかし利子率が低い組み合わせが実現すれば、財政の維持可能性は高まり、増税の必要性はないという至極当たり前の結果を提示したにとどまり、はたして日本経済の潜在能力はその組み合わせを実現する可能性をどれだけ持ち合わせているかどうかについて明確な説明はなかった。財政の維持可能性をカリブレーションを用いて検証しようとしている最近の文献として、土居(2006)やBroda and Weinstein (2005)をあげることができるが、分析の力点は、政府資産をどのように定義するかであり、成長率と利子率の関係について、やはりいくつかのケースを当てはめているにとどまり、日本経済の動向と整合的な形での定式化がなされていない。

本稿では、この問題点を解決するために、不確実性下にある経済における資産価格の決定を論じた Lucas(1978)を基礎にして、金融仲介コストを導入したモデルを提示する。理論的には、Bohn(1999)が示したように、金融仲介コストの存在は、預金金利を引き下げる効果を持ち、資産として銀行預金と代替関係にある国債の利回りもまた引き下げる効果があることが示される。図1は、1981年から2005年における国債利回りと名目GDP成長率の動きが示されている。両者が高い正の相関関係をもって推移している様子がわかる。もうひとつの特徴として、同時期の国債利回りの平均値が4.0%、名目GDP成長率の平均値が3.0%であり、両者の差は1.0%ポイントと、標準的な経済成長理論が想定するものよりも小さいことがあげられる。本稿では、現実の銀行の貸出金利と預金金利の差である利ざやから類推した金融仲介コストの大きさを考慮すれば、過去の日本の成長率と利率の関係を整合的に説明可能であることが確認される。一方、日本経済の動きと整合的なパラメーターのもとでは、国債を危険資産と取り扱うか安全資産と取り扱うかの差異はごくわずかであることが確認され、金融仲介コストの導入が、現実的な実質金利のもとでカリブレーションを行う上で不可欠であることがわかる。

成長率と利率の関係を定式化した上でなされた財政の維持可能性の検証結果は以下のとおりである。金融仲介コストがこれまでと同じように、比較的高い値を示すと想定したとき、目標経済成長率2.5%に対して、実質金利は平均で2.57%となり、2011年度以降、プライマリー・バランスが1%の黒字を達成したとき、政府債務残高の対GDP比は平均的には徐々に低下していき、100年後の政府債務残高の対GDP比が2005年末の値1.72を下回る確率は59.7%に達する。一方、プライマリー・バランスがゼロで収支均衡を達成したとき、政府債務残高の対GDP比は徐々に増加していき、100年後の値が初期時点の1.72を下回る確率は38.8%でしかない。しかしながら、政府債務残高の対GDP比が2を上回ることはほぼなく、プライマリー・バランスを平均的にゼロにすることで、政府債務はほぼ維持可能であると結論付けることができる。

論文の構成は以下のとおりである。第2節ではカリブレーションで利用される理論モデルが紹介される。第3節では財政の維持可能性を検討するためのカリブレーションの結果を報告する。第4節では、結論を述べる。

第2節 モデル

ここでは、Lucas(1978)の資産価格モデルを基礎にした確率的動学モデルを応用して、財政の維持可能性を検討する。Lucas(1978)とは、(i)政府部門が存在する、(ii)所得を受け取るタイミングが異なる2種類の主体が存在する、(iii)金融仲介部門が存在し、金融仲介に費用を要する、の3点で異なっており、Bohn(1999)の確率的モデル版である。

この経済には、タイプAとタイプBの2種類の異なるタイプの主体が存在する。それぞれの主体は無限期間生存し、タイプAの主体は、偶数の期に所得 $Y_t^A = Y_t$ を獲得し、タイプBの主体は、奇数の期に所得 $Y_t^B = Y_t$ を獲得する。各期の所得は、確率変数 x_{t+1} （粗成長率）のもとで、 $Y_{t+1} = Y_t x_{t+1}$ にしたがって成長する。議論を単純化するために、それぞれのタイプの主体が代表的な個人として2人から成る経済を想定する。したがって、各個人の所得 Y_t は各期の総所得を表すことになる。なお、人口成長はないとする。財政改革のシミュレーションにおいては、人口動態の予想が重要な役割を果たすことは言うまでもない。ここで展開されるのは生産のない交換経済なので、 x_{t+1} を一人当たり所得の成長率と人口成長率の和とみなして議論を進めても本質的な問題に違いはない。各主体の選好は、CRRAタイプ効用関数 $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t^i) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (c_t^i)^{1-\alpha} / (1-\alpha)$ で表される。政府は、政府支出 $G_t = gY_t$ を調達するために、所得税 T_t を課すか、あるいは国債を発行する。

主体ごとに所得を得るタイミングが異なるので、個人間に資金貸借が生まれる余地ができる。個人によって金融機関に預けられた資金が個人に貸し出される場合、1単位

当たり $\kappa > 0$ の金融仲介コストがかかると仮定する。このコストは、借り手の身元を確認するための費用かもしれないし、資金回収を確実にするために要する費用かもしれない。このコストは労力の喪失で測ると仮定する。従って、財市場には影響しない。貸出金利 R_t^* である貸出がなされたとすると、競争的な金融仲介の世界では、(粗) 預金金利は $1 + R_t = (1 + R_t^*) / (1 + \kappa)$ となる。このモデルでの“隠された”重要な仮定は、個人に対する貸出には費用がかかるが、政府に対する貸出には費用がかからないということである。そのため、以下で説明するように、政府は預金利子率 R_t と等しい金利で借入ができることになる。

まず、議論の見通しをよくするために、政府が存在しない経済を分析する。 $t-1$ 期からの負債 b_{t-1} を引き継ぎ、 t 期に所得 Y_t を得る主体の価値関数を $V(b_{t-1}, Y_t)$ と表し、 $t-1$ 期に預金 d_{t-1} をした(t 期には所得を得ない)主体の価値関数を $\tilde{V}(d_{t-1}, Y_t)$ と表す。 t 期に所得 Y_t を得る主体は、 $Y_t - b_{t-1}(1 + R_t^*) = c_t + d_t$ の予算制約式のもとで、最大化すべき価値関数は次式のように表すことができる。

$$V(b_{t-1}, Y_t) = \max_{d_t} u(c_t) + \beta E_t \tilde{V}(d_t, Y_{t+1})$$

なお c_t は所得を得た期の消費を表し、所得を得ない期の消費を \tilde{c}_t と表記して区別する。消費に関する一階の条件から

$$(1) \quad -u'(c_t) + \beta E_t \tilde{V}_1(b_t, Y_{t+1}) = 0$$

が得られ、包絡線定理を利用して次式が得られる。

$$(2) \quad V_1(b_{t-1}, Y_t) = -u'(c_t) (1 + R_t^*)$$

一方、 $t-1$ 期に所得を得る人は、 $d_{t-1}(1 + R_t) + b_t = \tilde{c}_t$ の予算制約式のもとで

$$\tilde{V}(b_{t-1}, Y_t) = \max_{b_t} u(\tilde{c}_t) + \beta E_t V(b_t, Y_{t+1})$$
 を最大化する。

消費に関する一階の条件から

$$(3) \quad u'(\tilde{c}_t) + \beta E_t V_1(b_t, Y_{t+1}) = 0$$

が得られ、包絡線定理を利用して次式が得られる。

$$(4) \quad \tilde{V}_1(b_{t-1}, Y_t) = u'(\tilde{c}_t) (1 + R_t)$$

(1)(4)から、 t 期に所得を得る主体のオイラー方程式

$$(5) \quad u'(c_t) = \beta E_t \{u'(\tilde{c}_{t+1}) (1 + R_{t+1})\}$$

が得られ、(2)(3)から、 $t-1$ 期に所得を得る主体のオイラー方程式

$$(6) \quad u'(\tilde{c}_t) = \beta E_t \{u'(c_{t+1}) (1 + R_{t+1}^*)\}$$

が得られる。(5)と(6)は以下のように書き換えられる。

$$(7) \quad 1 = E_t \left\{ \beta \frac{\tilde{c}_{t+1}^{-\alpha}}{c_t^{-\alpha}} (1 + R_{t+1}) \right\}$$

$$(8) \quad 1 = E_t \left\{ \beta \frac{c_{t+1}^{-\alpha}}{\tilde{c}_t^{-\alpha}} (1 + R_{t+1}^*) \right\}$$

また $c_t + \tilde{c}_t = y_t$ と $c_{t+1} + \tilde{c}_{t+1} = y_{t+1} (= x_{t+1} y_t)$ という 2 つの財市場の均衡条件が得られる。所得を得るときと得ないときの消費の比率を $c_t / \tilde{c}_t \equiv \theta_t$ と定義し、比率 θ_t が通時的に一定となるような均衡に分析を限定すると ($\theta_t = \theta_{t+1} = \theta$)、

$$(9) \quad c_{t+1} / c_t = \tilde{c}_{t+1} / \tilde{c}_t = x_{t+1}$$

が得られる。つまり、所得を得るときと得ないときの消費の成長率と所得を得ないときの消費の成長率は等しくなり、かつ所得の成長率に等しくなる。(7)式は、(9)式を利用すると、以下のように書き換えられる。

$$(10) \quad 1 = E_t \left\{ \beta \frac{\tilde{c}_{t+1}^{-\alpha}}{\tilde{c}_t^{-\alpha}} \frac{\tilde{c}_t^{-\alpha}}{c_t^{-\alpha}} (1 + R_{t+1}) \right\} = E_t \left\{ \beta x_{t+1}^{-\alpha} \theta^\alpha (1 + R_{t+1}) \right\}$$

また(7)(8)より、 $\frac{c_t^{-\alpha}}{\tilde{c}_t^{-\alpha}} = \frac{E_t \{ \beta \tilde{c}_{t+1}^{-\alpha} (1 + R_{t+1}) \}}{E_t \{ \beta c_{t+1}^{-\alpha} (1 + R_{t+1}^*) \}} = \frac{E_t \{ \beta \tilde{c}_{t+1}^{-\alpha} (1 + R_{t+1}) \}}{E_t \{ \beta (\theta c_{t+1}^{-\alpha}) (1 + \kappa) (1 + R_{t+1}) \}}$ なので、

$$(11) \quad \theta = (1 + \kappa)^{1/2\alpha}$$

という関係が導かれ、個人は所得を得るときにより多くの消費をする行動パターンを選

び、金融仲介コストが存在するとき、消費のスムージングに失敗しているといえる。

ここで預金利率と経済成長率の大小関係について調べていく。仮にモデルに不確実性がなければ、(10)式は、 $1 = \beta x_{t+1}^{-\alpha} \theta^\alpha R_{t+1}$ となり、(11)を利用して、預金利率は次式のように表される。

$$(12) \quad 1 + R_{t+1} = \frac{x_{t+1}^\alpha}{\beta \sqrt{1 + \kappa}}$$

金融仲介コストがゼロ ($\kappa = 0$) の標準的なケースでは、預金利率は必ず経済成長率を上回る。しかし、金融仲介コスト κ が存在するとき、預金利率は経済成長率を下回る余地が生まれる。いずれにしろ、利率と成長率の間には一定の関係があり、財政の維持可能性の検証を行うには、利率と成長率の関係をどのように定式化するかが鍵となる。

不確実性のある世界に議論を拡張すると、もし経済成長率 x_t が時間を通じて i.i.d. であるとするれば、効用が有限であるためには、 $E_t[\beta x_{t+1}^{1-\alpha}] < 1$ でなければならない。以下、この仮定は満たされるものとして議論を進めると、預金利率と経済成長率の関係を、 $1 + R_{t+1} = x_{t+1}(1 + \nu)$ と表すと (ν は定数)、(10)式の関係を使えば、

$$(13) \quad 1 = E_t\{\beta x_{t+1}^{1-\alpha} \theta^\alpha\} (1 + \nu) < \theta^\alpha (1 + \nu)$$

となる。(13)式の意味するところは、金融仲介コストが存在するとき (つまり $\theta > 1$ のとき)、 $\nu < 0$ となる余地が生まれ、預金利率が経済成長率を下回る可能性が生まれることである。なお、金融仲介コスト κ がゼロ (したがって $\theta = 1$) のとき常に $\nu > 0$ となり、預金利率は経済成長率を必ず上回る。

なお、(10)式をもとに、対数線形近似を使えば、

$$(12') \quad 1 + R_{t+1} = 1 + R + \alpha[\log x_{t+1} - \log x] + \varepsilon_{t+1}$$

となり、預金利率の経済成長率に対する感応度は、危険回避度を表すパラメーター α (相対的リスク回避度) に依存することが確認される (対数線形近似では、 R_{t+1} と x_{t+1}

の共分散の項は無視される)。なお、預金利率は、経済成長率や外的ショックに応じて変動する危険資産として扱われていることに注意されたい。

Abel et al(1989) や Bohn(1995)は、経済に不確実性が存在するとき、安全資産の金利が経済成長率を下回る可能性を指摘している。これらの先行文献の結果とあわせて考えると、金融仲介コストが存在するとき、安全資産の金利はさらにいっそう低くなることが予想される。

次に、モデルを拡張して国債を導入する。厳密に分析すると、家計が資産として預金と国債の両方を保有するケースと、国債のみを保有するケースに分ける必要があるが、ここでは、預金と国債の両方の資産を家計が同時に保有するケースに焦点を絞って議論を進める。Bohn(1999)は、不確実性のない世界でこの問題を分析しており、政府債務の対GDP比 D_t/Y_t がある値を下回るとき、家計は両方の資産を保有し、 D_t/Y_t がある値を上回るとき、国債のみを保有することを明らかにしている。ここでは、現実の世界との対応を重視して、家計が資産として預金と国債の両方を保有するケースに分析の焦点をあてる。 $t-1$ 期に得た所得をもとに預金 d_{t-1} と国債 D_{t-1} を保有している (t 期には所得を得ない)主体の価値関数を $\tilde{V}(d_{t-1}, D_{t-1}, Y_t)$ と表すと、所得を得ない t 期において、予算制約式 $(1+r_t)D_{t-1} + (1+R_t)d_{t-1} + b_t = \tilde{c}_t$ のもとで、この主体は価値関数

$\tilde{V}(d_{t-1}, D_{t-1}, Y_t) = \max_{b_t} u(\tilde{c}_t) + \beta E_t V(b_t, Y_{t+1})$ を最大化する。

一方、 t 期に所得 Y_t を得る主体は、予算制約式 $Y_t - b_{t-1}(1+R_t^*) = c_t + d_t + D_t + T_t$ のもとで、価値関数 $V(b_{t-1}, Y_t) = \max_{d_t, D_t} u(c_t) + \beta E_t \tilde{V}(d_t, D_t, Y_{t+1})$ を最大化する。

各期の政府の予算制約式は次式で表される。

$$(14) \quad D_{t+1} = (1+r_{t+1})(D_t - S_t)$$

財市場の均衡条件は、 $c_t + \tilde{c}_t = (1-g)y_t$ と $c_{t+1} + \tilde{c}_{t+1} = (1-g)y_{t+1} = (1-g)x_{t+1}y_t$

のように書き換えられる。均衡条件は、以下の3式で表される。

$$(15) \quad u'(c_t) = \beta E_t u'(\tilde{c}_{t+1}) (1 + R_{t+1})$$

$$(16) \quad u'(c_t) = \beta E_t u'(\tilde{c}_{t+1}) (1 + r_{t+1})$$

$$(17) \quad u'(\tilde{c}_t) = \beta E_t u'(c_{t+1}) (1 + R_{t+1}^*)$$

(15)(16)の両式から、 $R_t = r_t$ が得られ、国債と銀行預金が完全代替の資産であることが確認される。また(15)、(17)の関係から、政府部門のないときの分析と同じように、

$R_t < R_t^*$ 、したがって、 $r_t < R_t^*$ が得られる。つまり、国債の利回り r_{t+1} は預金利子率 R_{t+1}

に等しくなり、銀行の個人に対する貸出利子率 R_{t+1}^* を下回る。金融仲介コストの存在は、

預金金利だけではなく、預金と完全代替の関係となる国債の利回りをも引き下げる。また、

個人に対する貸付の金利に比べて、政府に対する貸付の金利の方が低いという特徴が見出される。政府のみが個人に対して貸付を行うときに費用がかからないという構造が、

政府に独占的な“貨幣発行益”をもたらしていると解釈できる。

金融仲介コストが存在するとき、国債は危険資産でありながら、その利回りは経済成長率を下回る余地をもつことになる。国債金利が経済成長率を下回ると、財政収支を維持される可能性は高まり、政府のプライマリー・バランスは常に赤字でも政府の予算制約は維持される可能性すら生まれる。

なお、家計の横断性条件(Transversality Condition: TVC)は、ここで

$$u_{t,N} \equiv \beta^N \frac{u'(\tilde{c}_{t+N})}{u'(c_{t+N-1})} \frac{u'(c_{t+N-1})}{u'(\tilde{c}_{t+N-2})} \dots \frac{u'(\tilde{c}_{t+1})}{u'(c_t)} = \beta^N \frac{u'(\tilde{c}_{t+N})}{u'(c_t)} \text{ とすると、} \lim_{N \rightarrow \infty} E_t [u_{t,N} \cdot D_{t+n}] = 0$$

で与えられる。最終的には、 $\lim_{N \rightarrow \infty} E_t [\beta^N x_{t+1}^{-\alpha} \dots x_{t+N}^{-\alpha} \cdot D_{t+N}] = 0$ と書き表され、この条件は、

政府債務の対GDP比 D_t/Y_t が長期的にある一定値を上回らないとき成立することを

容易に示すことができる（例えば、Bohn(1995) の(12)式を参照）。もし仮に D_t/Y_t が無限に

上昇を続けるなら、将来のどこかの時点で、個人が購入可能な国債額を国債発行額

が上回り、財政は破綻することになる。個人は、この可能性を事前に読み込めば、国債を保有するよりも銀行預金を保有したほうが有利であると判断し、国債を保有しなくなるであろう。したがって、政府債務の対GDP比 D_t/Y_t が長期的にある一定値を上回らないことをもって、財政が維持可能であると結論付けることができる。

なお、上記で分析された国債と銀行預金が完全代替となる世界では、横断性条件は満たされることを暗黙に想定している。つまり、政府は政府債務の対GDP比 D_t/Y_t を長期的にある一定値を維持するように、税額 T_t を適切に変動させていると考えればいい。

第3節 カリブレーション

3.1 カリブレーションの方法

GDP 成長率は、AR(1)を仮定する。

$$(18) \quad x_{t+1} = \mu + \rho x_t + \varepsilon_{t+1}, \quad \varepsilon_{t+1} = iidnormal(0, \sigma^2)$$

金利は、理論モデルの(12')式より、

$$(19) \quad r_{t+1} \approx r + \alpha[\ln(x_{t+1}) - \ln(x)]$$

と対数線形近似できる。ここで、 r, x はそれぞれ定常状態の金利と粗成長率であり、

$$r = \beta^{-1} x^\alpha / \sqrt{1 + \kappa}, \quad x = 1 + \mu \text{ である。}$$

政府の予算制約は、期首にプライマリー・デフィシットの支払いをして国債を発行すると仮定して、 $D_{t+1} = (1 + r_{t+1})(D_t - S_t)$ と表すことができる。この対GDP比をとり、それぞれ小文字で表すと、

$$(20) \quad d_{t+1} = \frac{(1 + r_{t+1})}{x_{t+1}} (d_t - s_t)$$

となる。

以下のカリブレーションでは、政府債務の対GDP比 D_t/Y_t が長期的にある一定値を上回るかどうかを確認することによって、財政収支の維持可能性を検証する。

3.2 パラメーターの選択

まず、家計の選好パラメーターのうち、主観的割引ファクター β は、 $1/1.02=0.9803$ とする。これは、日本経済に確率的動学モデルを適用した Sugo and Ueda (2007) で用いられている四半期の割引ファクター 0.995 と整合的なものである³。

異時点間の代替の弾力性の逆数である α は、(19)式で示されるように、金利と GNP 成長率の間の関係を特定する重要な変数である。1981 年から 2005 年の IFS 年次データを用い、国債流通利回り (IFS'I15861&&F) を名目 GDP (IFS'I15899B&CF) 対前年比伸び率に OLS 回帰すると、次の推計結果を得ることができる。(図 1)

$$(21) \quad r_t = 1.983 + 0.668x_t$$

$$(0.384) (0.089)$$

ただし、かっこ内は標準偏差である。この結果を元に、 $\alpha = 0.668$ とする。

次に、生産技術については、平均成長率 μ を 0.025 とする。これは、1981 年度から 2004 年度までの平均実質 GDP 成長率に等しい。また、政府による中期経済見通しでは、2006 年度以降徐々に成長率が高まり、2011 年度の成長率は 2.5% と想定している(「新経済成長移行シナリオ」による。日本経済新聞 2007 年 1 月 16 日)。生産技術の系列相関 ρ と標準偏差 σ は、1981 年度から 2004 年度までの実質 GDP 成長率に関する AR1 モデルの OLS 推計結果から、それぞれ 0.64、0.088 とする。

$$(22) \quad x_t = 0.563 + 0.641x_{t-1}, \quad \bar{\sigma} = 0.088, \quad t = 1981, \dots, 2004$$
$$(0.195) (0.200)$$

ただし、()内は標準偏差である。

金融仲介コスト κ は、銀行の貸出金利と預金金利の差である利ざやから求める。全国銀行(都市銀行、長期信用銀行、信託銀行、地方銀行、第二地方銀行)の各年 3 月期財務諸表より、平均貸出金利(貸出金利収入/貸出金残高)と平均預金金利(預金金利支払/預金残高)の差を求めると、1975-79 年 1.88%、1980-89 年 2.28%、1990-99 年 2.08%、

2000-06年2.15%である。また、金融自由化が進展した1980年代以降の平均値(1980-2006年)は2.17%である(図2)。そこで、 κ は0.022とする。

3.3 財政政策ルール

Bohnは、政府債務残高の対GDP比が増加(減少)すると基礎的収支の黒字を増加(減少)させるような財政政策ルールを想定している。ここでは、より一般的なルールを考え、プライマリー・バランスがGDP成長率と前期末の政府債務残高(対GDP比)に依存すると想定する。図3では、1981年度以降の日本のプライマリー・バランスとGDP成長率との関係がプロットされているが、両変数の間に明らかな比例関係を読み取ることができる。1981年度から2004年度のプライマリー・バランスの対名目GDP比を、名目GDP成長率に回帰すると、次の推計結果を得ることができる。

$$(23) \quad s_t = -1.050 + 0.997x_t, \quad t = 1980, \dots, 2004, \quad Adj.R^2 = 0.713$$

(0.135) (0.131)

この結果をもとに、実質GDP成長率が1%上昇すると、プライマリー・バランス(対GDP比)もまた1%上昇するような政策ルールを想定する⁴。政府債務残高がプライマリー・バランスに及ぼす影響については、前期末の政府債務残高(対GDP比)がある一定の閾値を越えた場合には、増税か歳出削減によって、より一層のプライマリー・バランスの黒字化への努力がなされるものと想定する。具体的には、以下のような財政政策ルールを想定する。

$$(24) \quad s_t = \begin{cases} x_t - \eta_1 & \text{if } d_{t-1} \leq \bar{d} \\ x_t - \eta_1 + \eta_2 & \text{if } d_{t-1} > \bar{d} \end{cases}$$

次に、独立的な部分(η_1 と η_2)と閾値 \bar{d} を決める必要がある。まず η_1 であるが、「2011年度にプライマリー・サープラスを黒字化する」という政府の目標を参考に、想定される平均成長率2.5%のもとで、プライマリー・サープラスが平均的にはゼロでバランスするように、1.025に設定した。この値は、推計式(7)の定数項-1.050に比べて0.025(2.5%)

高く、これまでと異なる財政政策ルールを政府が適用したことを反映させたものである。このように、過去の変数を利用するだけでなく、ルールの変更を織り込むことができるのがカリブレーションの長所である。

政府債務残高の対GDP比の閾値 \bar{d} を、2005年末で、一般政府ベースの粗債務残高の対名目GDP比に等しい1.72とする。そして、債務残高の対GDP比が閾値を越える場合は、GDP成長率とは独立に、さらに対名目GDP比で1%の増税あるいは支出削減が行われると想定して、 $\eta_2 = 0.01$ とする。以下、財政ルールが、閾値 \bar{d} を越えると変化するケースと変化しないケースを計算する。前者は、プライマリー・バランスが平均的に黒字になるケースに対応しており、後者はプライマリー・バランスが平均的にゼロになるケースに対応している。

政府債務については、粗債務を使うべきか、純債務を使うべきか議論の余地があるが、土居(2006)が指摘しているように、将来の社会保障給付を明示的に考慮して政府支出を予測する場合には、社会保障基金が持つ金融資産を控除すべきだが、ここでは、社会保障給付の推計は明示的には行っていないので、社会保障基金の金融資産は控除しない。また、中央政府、地方政府が保有する金融資産についても、土居(2006)が指摘するように、これが債務の償還財源に用いられるかどうかは政策判断次第であり、ネットアウトすべきか自明ではない。ここでは、将来の債務償還財源には使われないものと仮定してカリブレーションを行う。

3.4 カリブレーションの結果

表1にケース1として表されているのが、プライマリー・バランスが平均的にゼロになる場合である。以下このケースをベンチマーク・ケースとして取り扱う。実質金利の平均値が2.57%となり、実質GDP成長率よりもわずかに高くなる。このとき、政府債務残高の対GDP比は、初期時点の1.72から徐々に増加し、100年後には平均2.075と

なる（表 1、図 4）。また、100 年後の政府債務残高の対 GDP 比が初期時点の 1.72 を下回る確率は、38.8%である。

次に、公的債務の対 GDP 比が初期時点以上になれば、プライマリー・バランスの対 GDP 比を 1%増加させる政策を考えてみる。結果はケース 2 として表されている。実質金利の平均値はケース 1 と同じ 2.57%だが、プライマリー・バランスがプラスなため、政府債務残高の対 GDP 比は徐々に低下し、100 年後には、平均 1.598 となる（表 1、図 4）。また、100 年後の政府債務残高の対 GDP 比が初期時点の 1.72 を下回る確率は、59.7%である。

以上から、プライマリー・バランスの対 GDP 比を 1%黒字にすれば、政府債務残高の対 GDP 比は平均的には低下し、維持可能条件が満たされる可能性が高いことがわかる。

3.5 代替的な想定

この節では、いくつかの代替的な想定をおくことで、前節で得られた結果を吟味していきたい。はじめに、金融仲介コストをゼロとする場合を考えてみる。ケース 3 を参照されたい。国債の平均実質金利は 3.7%と、実質 GDP 成長率に比べて 1.2%ポイント高くなる。この結果、およそ 11 年後には政府債務残高の対 GDP 比が 2 を超えてしまい、財政は維持可能ではない。仮に、こうした平均実質金利のもとで、政府債務残高の対 GDP 比を初期時点の 1.72 で安定させようとするれば、プライマリー・バランスの対 GDP 比を 4%程度黒字にする必要がある。

はたしてこの結果は、現実的であろうか？1981 年から 2005 年の長期国債利回りの平均値が 4.0%、同時期の名目 GDP 成長率の平均値が 3.0%で、両者の差は 1.0%ポイント（図 1 参照）である。しかし、政府債務の平均調達コストは長期金利よりも低いこと、この時期はゼロ金利を含む時期であり、名目成長率に比べて名目金利が高止まりしていた

可能性があることなどを考慮すると、国債の実質金利が実質 GDP 成長率を 1.2%ポイント上回る状況というのは現実性に乏しいようにみえる。

次に、択一的な α として、確率的動学モデルでしばしば用いられる値である 1 に設定してカリブレーションを行う。なお、金融仲介コスト κ はベンチマークと同じ 0.022 に設定する。結果はケース 4 として記されている。国債の平均実質金利は 3.42%と、ベンチマーク・ケースよりも高くなる。この結果、政府債務残高の対 GDP 比は早いペースで増加し、財政は維持可能でなくなる（100 年後の平均値は 4.176）。しかし、過去の金利と成長率の関係を考慮すると、このケースも現実的とは言い難い。なお、 α の値を 0 に近づけることで実質金利を低くすることは可能であるが、内外の実証研究の結果から判断すると、 α の値をあまりに小さくすることは現実経済との整合性を欠く恐れがある⁵。

これまでは、国債が危険資産(利回りが毎年変動する資産)であるという前提で議論を進めてきた。国債が安全資産（利回りが一定である資産）であるとすると、

$r = \beta^{-1} E(x^\alpha) / \sqrt{1 + \kappa}$ の関係から実質金利を求めることができる。ベンチマーク・ケースのパラメーターを用いてシミュレーション⁶によってこの値を求めると、実質金利は 2.53%となる。国債を危険資産とみなしたケース 1 の平均実質金利は 2.57%であるから、実質金利の下落分は 0.04%と極めて小さい。実質金利を 2.53%に固定してカリブレーションを行った時の結果がケース 5 に示されている（実質金利以外のパラメーターはケース 1 と同じ）。100 年後の政府債務残高の対 GDP 比は平均 2.488 とベンチマーク・ケースよりもわずかに高くなるものの、100 年後の政府債務残高の対 GDP 比率が初期時点の 1.72 を下回る確率も 0.447 と高くなった。これは、実質 GDP 成長率が高いときも実質金利が上昇せずに一定であるため、政府債務残高の対 GDP 比率の分散が大きくなることによるものと思われる⁷。

以上の分析から、Mehra and Prescott(1985) 以来のリスクプレミアムパズルの議論でも

指摘されているように、現実的なパラメーターもとでは、国債を危険資産と取り扱うか安全資産と取り扱うかの差異はごくわずかである一方、金融仲介コストの導入が、現実的な実質金利のもとでカリブレーションを行う上で不可欠であることがわかる。

最後に、実質GDP成長率がゼロ%で、政府はこの実質成長率のもとでプライマリー・バランスがゼロとなるような財政運営を行うとする（つまり $\mu=1.0$, $\eta_1=1.0$ ）。実質成長率 0%の想定は、井堀他(2007)における技術進歩率 0%の仮定と比較するための設定である。結果はケース6として示されている。国債の平均的な実質金利は 0.9% となり、実質GDP成長率との差は、ベンチマークケース（ケース1、0.7%）よりも 0.2% 大きい。この結果、政府債務残高の対GDP比は、初期時点の 1.72 から増加傾向を示し、100年後には平均 4.618 となる。また、100年後の政府債務残高の対GDP比が初期時点の 1.72 を下回る確率は 3.8% であり、財政はほぼ破たんする。実質GDP成長率が低いほど実質金利との乖離が大きくなるというのは、過去の実績と整合的であり（図1及び(22)式）、実質GDP成長率が低位にとどまる場合は、プライマリー・バランスをゼロにするだけでは財政の維持可能性を満たすことが困難になることを示している。

3.6 既存研究との比較

我々のカリブレーションの結果を、日本の政府債務の維持可能性に関するこれまでの研究結果と比較していこう。井堀他（2007）は、世代重複型モデルを用いて、実質金利を内生的に求めており、我々との直接的な比較が可能である。彼らは、2003年以降の技術進歩率を、過去の実績値（1983-2002年平均が-0.5%、1983-1992年平均が0.1%）を踏まえゼロ%と仮定し（「基本ケース」）、公債残高（正確には、中央政府と地方政府の金融純資産）の対GDP比が2002年の1.21から増加して2024年以降1.75で一定となるようなプライマリー・バランスの対GDP比を求めている。彼らのシミュレーション

結果によれば、プライマリー・バランス（対名目GDP比）は2003年の-3.3%から一貫して増加し、2050年には6.2%となっている（2005年から5年ごとに示されているプライマリー・バランス（対名目GDP比）の単純平均値は、3.9%）。我々の結果と比べて、政府債務残高の対名目GDP比を安定化させるために必要なプライマリー・バランスの黒字幅が大きくなっているのは、彼らのシミュレーションでは、実質金利と実質GDP成長率との差がほぼ3%ポイントを超えており、我々のカリブレーション結果（ケース1では0.7%ポイント）よりもかなり大きくなっているからである。こうした違いが生じるのは、彼らの場合、金融仲介コストを考慮していない、異時点間の代替の弾力性の逆数（ α ）が大きい（彼らは1に設定、我々は(21)式の推計に基づき0.688に設定）、想定される経済成長率が低い（彼らは技術進歩率が0%、我々は2.5%）ことによると考えられる。

Broda and Weinstein (2005)及び土居（2006）は、いずれも一般均衡分析に基づくことなく、経済成長率と金利を外生的に与えたシミュレーションを行っているので、我々との直接的な比較は困難であるが、例えばBroda and Weinstein (2005)のあるケース（成長率2%、金利4%）では、政府収入の対GDP比が1980年から2000年までの平均値である32.2%から2.7%ポイント増加する必要があるとしている⁸。他方、土居(2006)は、中央政府や地方政府の金融資産を純債務として相殺せず、さらに直近の財政悪化を加味すると、政府債務を維持可能にするには、Broda and Weinstein (2005)の結果よりも高い政府収入が必要だと指摘している。

第4節 結論

我々は、一定の財政政策ルールのもとで、政府債務が維持可能かどうかという問題に対し、資本市場の不完全性を考慮した確率的動学モデルを適用した。このアプローチ

では、金融仲介コストを考慮することにより、金利と成長率との関係について、日本経済に観察される値を理論モデルと整合的に説明することに成功した。また金利と成長率との大小関係について理論的に根拠をもったかたちで複数のケースを想定することが可能となった。したがって、将来の潜在経済成長率が変化したときにも有効な分析ツールとして利用できる。また、カリブレーションを行うことにより、予想値の幅を示すことができた。

財政政策ルールはプライマリー・バランスで捉えることとし、プライマリー・バランスがGDP成長率と政府債務の対GDP比に依存して決まるルールを想定した。政府債務の維持可能性を検証する代替的な手法としては、Broda and Weinstein (2005)や土居(2006)のように、将来の政府支出を予想し、この政府支出のもとで維持可能性の条件を満たすような政府収入の増加幅を計算するアプローチがある。こうしたアプローチに比べると、我々の方法は、少子高齢化など人口動態変化の影響は明示的には分析できないが、逆に、不確実性が大きい人口動態の予測値の影響を受けないというメリットがある。

我々は、実質GDPが2.5%で成長すればプライマリー・バランスがゼロとなる財政ルールを想定し、日本の2005年末時点の一般政府の債務残高からスタートして、政府債務の対GDP比の動きをカリブレーションした。この結果は以下のとおりである。

金融仲介コストがこれまでと同じように、比較的高い値を示すと想定したとき、目標経済成長率2.5%に対して、実質金利は平均で2.57%となり、2011年度以降、プライマリー・バランスが1%の黒字を達成したとき、政府債務残高の対GDP比は平均的には徐々に低下していき、100年後の政府債務残高の対GDP比が2006年度の値1.72を下回る確率は59.7%に達する。一方、プライマリー・バランスがゼロで収支均衡を達成したとき、政府債務残高の対GDP比は徐々に増加していき、100年後の値が初期時点の1.72を下回る確率は38.8%でしかない。しかしながら、政府債務残高の対GDP比が2を上

回ることはほぼなく、プライマリー・バランスを平均的にゼロにすることで、政府債務は維持可能であると結論付けることができる。ただし、我々のシミュレーションでは、政府債務残高の対GDP比が増加するリスクが金利に反映される可能性を考慮していない。この点を考慮すれば、維持可能条件を満たすプライマリー・バランスの対GDP比黒字幅は、より高いものとなる可能性がある。財政破綻の可能性が金利に及ぼす影響については、財政破綻が生じた後の経済をモデル化する必要があり、将来、分析を拡張する際の重要な方向性である。

一方、金融仲介コストが比較的低いという想定の下では、実質金利が 3.7%と高くなり、平均的にみて 11 年後には政府債務の対GDP比が 2 を超えてしまい、財政はほぼ破綻してしまう。この場合、維持可能性の条件を満たすためには、プライマリー・バランスの黒字化が必要となる。仮に政府債務の対GDP比を 2 程度で安定化させるためには、プライマリー・バランスの黒字幅は、対GDP比で 4%程度である。

財政の維持可能性をカリブレーションによって検証するときには、現実の動きと整合的な経済成長率と国債の実質金利の関係をどのように定式化するかが重要なポイントになる。日本経済の動きと整合的なパラメーターのもとでは、国債を危険資産と取り扱うか安全資産と取り扱うかの差異はごくわずかである一方、金融仲介コストの導入が、現実的な実質金利のもとでカリブレーションを行う上で不可欠であることがわかる。

しかしながら、金融革新による金融仲介コストの軽減が、実質金利の上昇によって財政を圧迫すると性急に判断してはいけない。本稿で利用されているのは、生産のない交換経済であり、主眼は、あくまで現実の経済成長率と実質金利の動きを整合的に説明するモデルの提示にある。もしモデルを生産のある内生成長モデルに拡張すれば、金融仲介コストの軽減は、経済成長率の上昇をもたらし、税収増を通じて財政を好転させる可能性をもつであろう。

参考文献

- 井堀利宏・加藤竜太・中野英夫・中里透・土居丈朗・佐藤正一、2000、「財政分析の経済分析：中長期的視点からの考察」経済分析 政策研究の視点シリーズ 16 経済企画庁経済研究所
- 井堀利宏・加藤竜太・川出真清・別所俊一郎、2007、「公債政策と経済成長—高齢化する日本におけるシミュレーション分析」貝塚啓明・アン・クルーガー編『日本財政破綻回避への戦略』 日本経済新聞社
- 土居丈朗、2006、「政府債務の持続可能性を担保する今後の財政運営のあり方に関するシミュレーション分析 –Broda and Weinstein 論文の再検証-」RIETI Discussion Paper Series 06-J-032
- Abel, A.B, N.G. Mankiw, L.H. Summers, R.J. Zeckhauser, 1989, “Assessing dynamic efficiency: Theory and Evidence”, *Review of Economic Studies* 56, 1-20.
- Bohn, H., 1995, “The Sustainability of Budget Deficits in a Stochastic Economy”, *Journal of Money, Credit, and Banking* 27, 257-71.
- Bohn, H., 1998, “The behavior of U.S. public debt and deficits,” *Quarterly Journal of Economics* 113, 949-963.
- Broda, C. and D.E. Weinstein, 2005, “Happy news from the dismal science: reassessing the Japanese fiscal policy and sustainability,” in Takatoshi Ito, Hugh, Patrick, and David E. Weinstein eds, *Reviving Japanese Economy*, 39-78, MIT Press.
- Fujiwara, I., N. Hara, Y. Hirose, and Y. Teranishi, 2006, “The Japanese Economic Model: JEM,” *Monetary and Economic Studies* 23(2), 61-142.
- Hamilton, J.D., and M.A. Flavin, 1986, “On the limitation of government borrowing: a framework for empirical testing,” *American Economic Review* 76, 808-819.
- Iiboshi, H., S. Nishiyama, and T. Watanabe, 2006, “An estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the Japanese economy: A Bayesian analysis,” mimeo.
- Levin, A., A. Onatski, J. Williams and N. Williams, 2005, “Monetary Policy under uncertainty in micro-founded macroeconomic models,” *NBER Macroeconomics Annual* 20, 229-97.

- Lucas, R., 1978, "Asset Prices in an Exchange Economy," *Econometrica* 46, 1429-45.
- Mehra, R., and E. Prescott, 1985, "The Equity Premium : A Puzzle," *Journal of Monetary Economics* 15, 145-62.
- Onatski, A., and N. Williams, 2004, "Empirical and Policy Performance of a forward-looking monetary policy," mimeo.
- Smets, F., and R. Wouters, 2003, "An estimated dynamic stochastic general equilibrium models of the Euro area," *Journal of the European Economic Association* 1, 1123-1175.
- Sugo, T., and K. Ueda, 2007, "Estimating a DSGE model for Japan: Evaluating and Modifying a CEE/SW/LOWW model," *Bank of Japan Working Paper* 07-E-2.

¹ 土居 (2006) はかれらのアプローチに沿った分析を行っており、大幅な増税なしには、日本の財政は維持可能ではないと結論づけている。

² 日本においても、井堀他(2000)は、Bohn の条件が満たされているという結果を見出していない。細野薫は、2001 年以降のデータを付け加えて再検討を加え、Bohn の条件は明らかに満たされていないことを確認している。

³ Fujiwara et al., (2005)は、主観的割引ファクター β を年率 0.99 に設定している。

⁴ 名目 GDP 成長率にかえて、実質 GDP 成長率で回帰すると、

$$s_t = -0.749 + 0.710x_t, \quad t = 1981, \dots, 2004, \quad Adj. R^2 = 0.110$$

(0.371) (0.362)

が得られる。この推計式をもとに、実質 GDP 成長率 2.5%のもとでプライマリーバランスがゼロとなるよう、財政ルールを $s_t = 0.7x_t - 0.7175$ と定式化してカリブレーションを行ったが、この結果は、表 1 ケース 1 とほとんど同じであった (100 年後の平均公的債務/GDP は 2.069、100 年後の公的債務/GDP 比率が初期時点を下回る確率は 0.360)。

⁵ 日本における異時点間の代替の弾力性の逆数 (α) の推計値は、Sugo and Ueda (2007) が 1.249、Iiboshi, Nishiyama, and Watanabe (2006) が 2.045。海外においては、Smets and Wouters (2003) が 1.391、Onatski and Williams (2004) が 2.178。これらの値は、Sugo and Ueda (2007)による。

⁶ 100 期間のシミュレーションを 100 回行い、その平均値をとった。なお、これは

$r = \beta^{-1}E(x^\alpha) / \sqrt{1+\kappa}$ の推計値であり、 $r = \beta^{-1}[E(x)]^\alpha / \sqrt{1+\kappa}$ の値 (2.57%) よりも僅かに低くなる。

⁷ ベンチマーク・ケースの平均実質金利 2.57%で固定してシミュレーションを行っても、

100年後の政府債務残高の対 GDP 比は 2.495、100 年後の政府債務残高の対 GDP 比が初期時点を下回る確率は 0.457 となり、ケース 5 とほぼ同様の結果が得られた。

⁸人口予測は Faruqee and Muhleisen (2001)、実質経済成長率は 2%、実質金利は 4%、高齢者向け政府移転と若年世代向け政府支出はいずれも一人当たり支出額が実質 GDP と同率で増加すると仮定したケース（「ケース 2」）

表1 カリブレーション結果

| | | | ケース1 | ケース2 | ケース3 | ケース4 | ケース5 | ケース6 |
|----------------------------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| パラメータの前提 | | | | | | | | |
| 選好 | 主観的割引率 | β | 0.980392 | 0.980392 | 0.980392 | 0.980392 | 0.980392 | 0.980392 |
| | 異時点間代替弾力性の逆数 | α | 0.668 | 0.668 | 0.668 | 1 | 0.668 | 0.668 |
| 生産技術 | 平均成長率 | μ | 0.025 | 0.025 | 0.025 | 0.025 | 0.025 | 0 |
| | 系列相関 | ρ | 0.64 | 0.64 | 0.64 | 0.64 | 0.64 | 0.64 |
| | 標準偏差 | σ | 0.088 | 0.088 | 0.088 | 0.088 | 0.088 | 0.088 |
| 金融仲介 | 仲介コスト | κ | 0.022 | 0.022 | 0 | 0.022 | 0.022 | 0.022 |
| プライマリーサープラス (財政政策ルール) | 対GDP比例係数 | γ | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | 独立的赤字1 | $\eta 1$ | 1.025 | 1.025 | 1.025 | 1.025 | 1.025 | 1 |
| | 独立的黒字2 | $\eta 2$ | 0 | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 公的債務/GDPの閾値 | D2 | 1.72 | 1.72 | 1.72 | 1.72 | 1.72 | 1.72 |
| 初期条件 | 公的債務/GDP | D0 | 1.72 | 1.72 | 1.72 | 1.72 | 1.72 | 1.72 |
| カリブレーション結果 | | | | | | | | |
| 実質金利 | | | 0.0257 | 0.0257 | 0.037 | 0.0342 | 0.0253 | 0.009 |
| 100年後の平均公的債務/GDP比 | | | 2.075 | 1.598 | 6.119 | 4.176 | 2.488 | 4.6177 |
| 100年後の公的債務/GDP比が初期時点を下回る確率 | | | 0.388 | 0.597 | 0.01 | 0.006 | 0.447 | 0.038 |

ケース1は、プライマリーバランスが平均ゼロのケース。

ケース2は、公的債務対GDP比が閾値(1.72)を超えれば1%のプライマリーバランスの増加を行うケース。

ケース3は、金融仲介コストがゼロのケース

ケース4は、異時点間代替弾力性の逆数 α が1のケース。

ケース5は、政府債務を安全資産とみなし、実質金利を一定に設定したケース。

ケース6は、平均成長率を0とし、そのもとでプライマリーバランスが平均ゼロとなるケース。

図1 国債流通利回りと名目 GDP 成長率

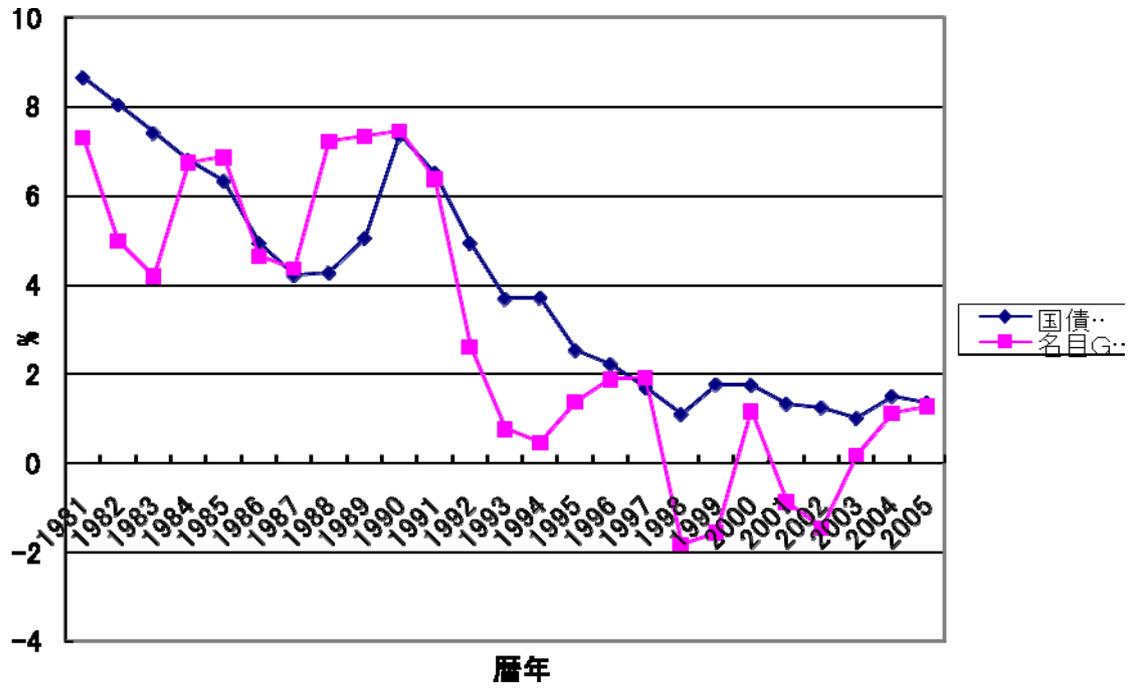


図2 銀行の利鞘（平均貸出金利—平均預金金利）

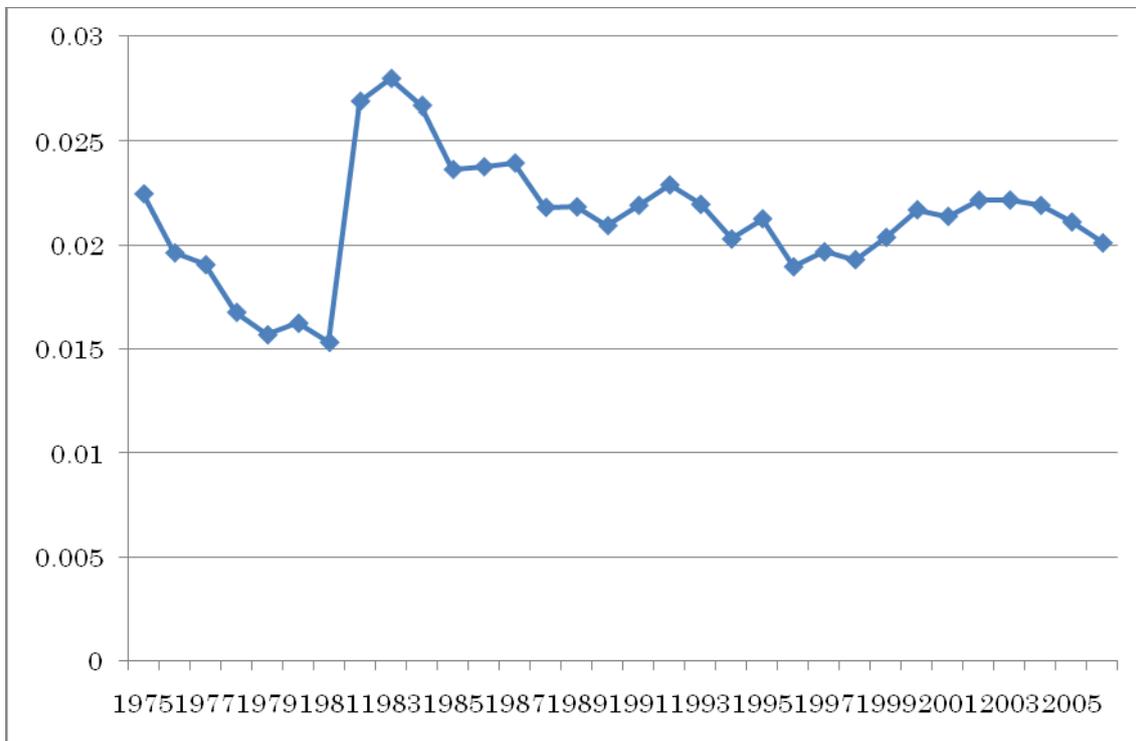


図3 プライマリーサープラス（対名目GDP比）と名目GDP成長率

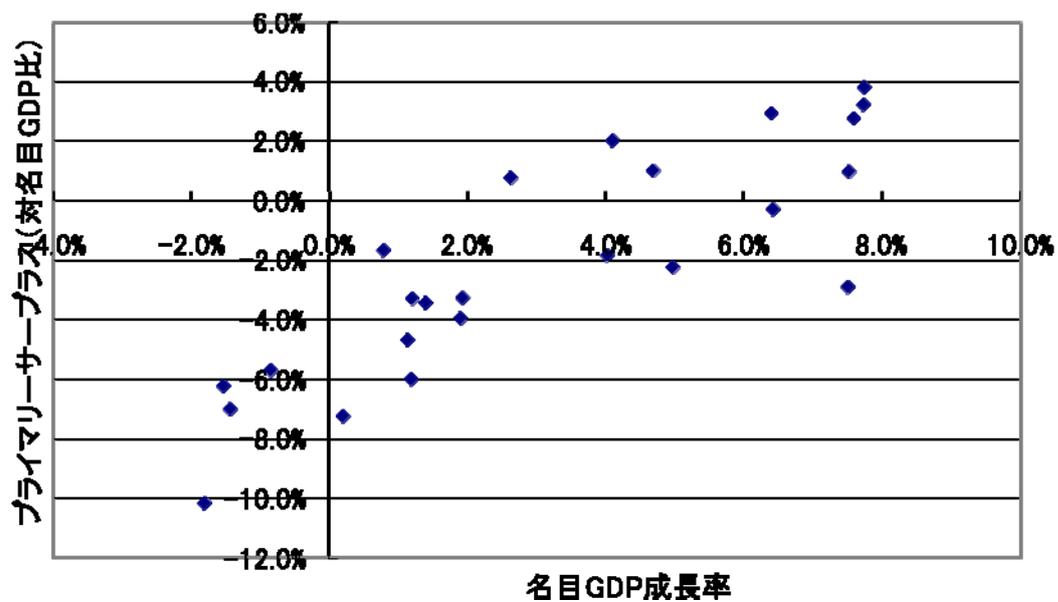
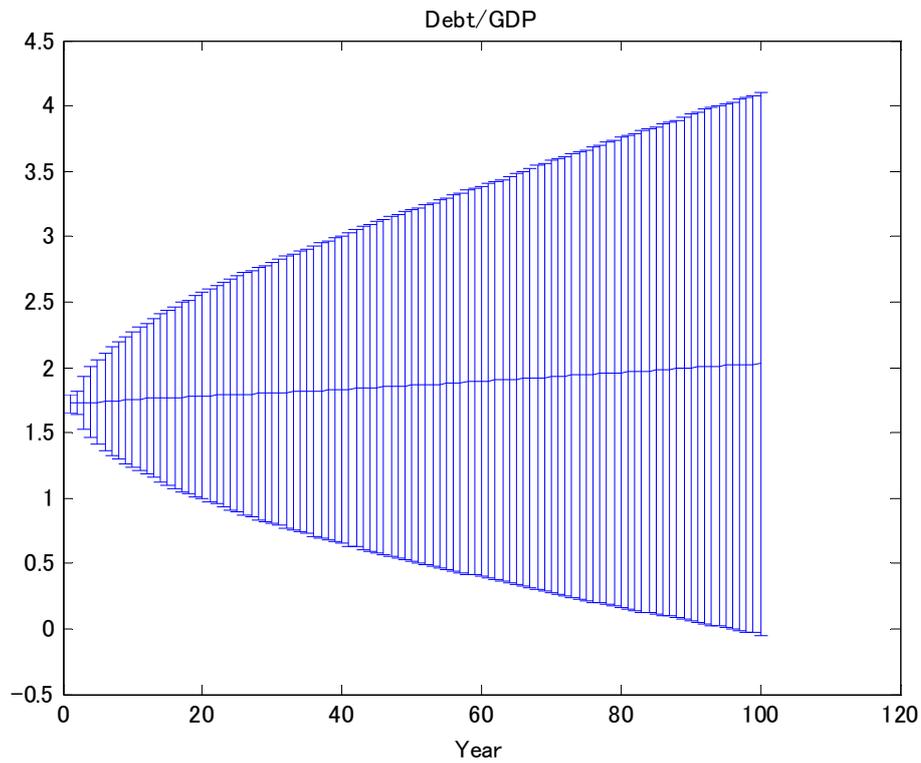


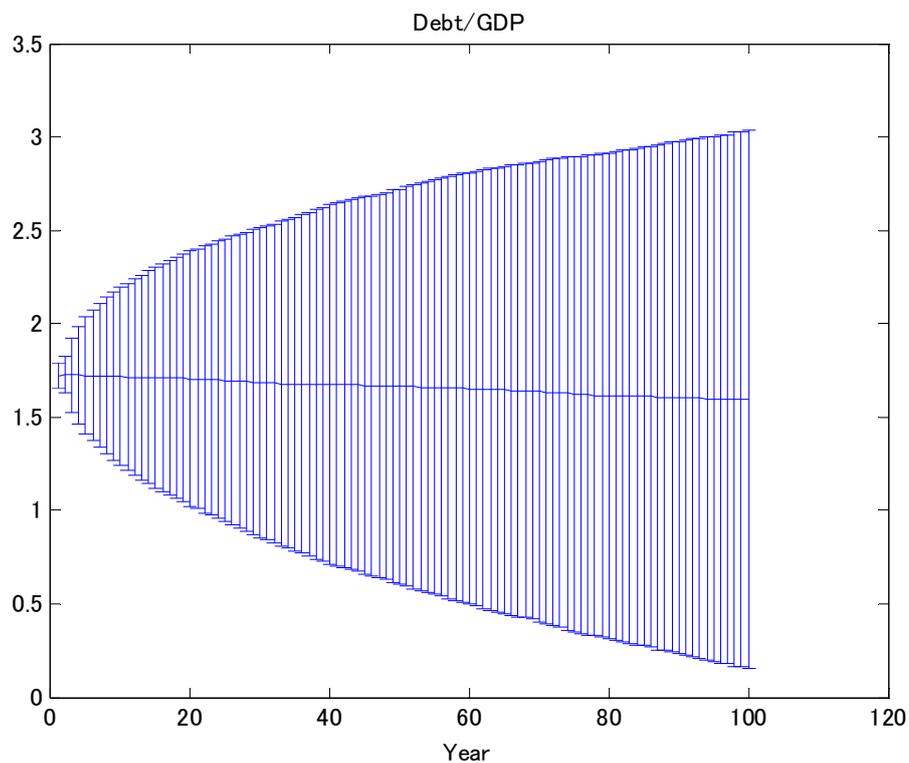
図4 カリブレーション結果. (政府債務の対 GDP 比率)

ケース1 (ベンチマーク・ケース): プライマリー・バランスが平均的にゼロになる場合



実線は、平均値。縦幅は、 \pm ($2 \times$ 標準偏差) を示す。

ケース2. プライマリー・バランスが平均的に黒字になるケース（対GDP比1%の増加がある場合）



実線は、平均値。縦幅は、+-（2×標準偏差）を示す。