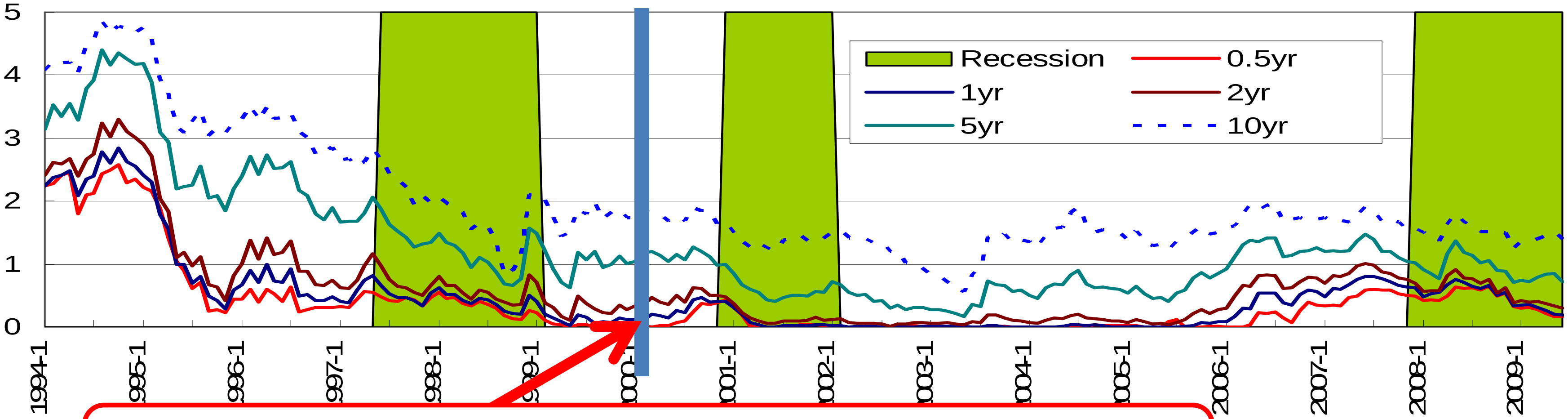
第13回マクロコンファレンス
（The 13th Macroeconomics Conference）
2011年11月26日（土）27日（日）
慶応義塾大学

Comments on “Japanese Yields Curves In and Out Of a Zero Rate Environment: A Macro-Finance Perspective” by Junko Koeda

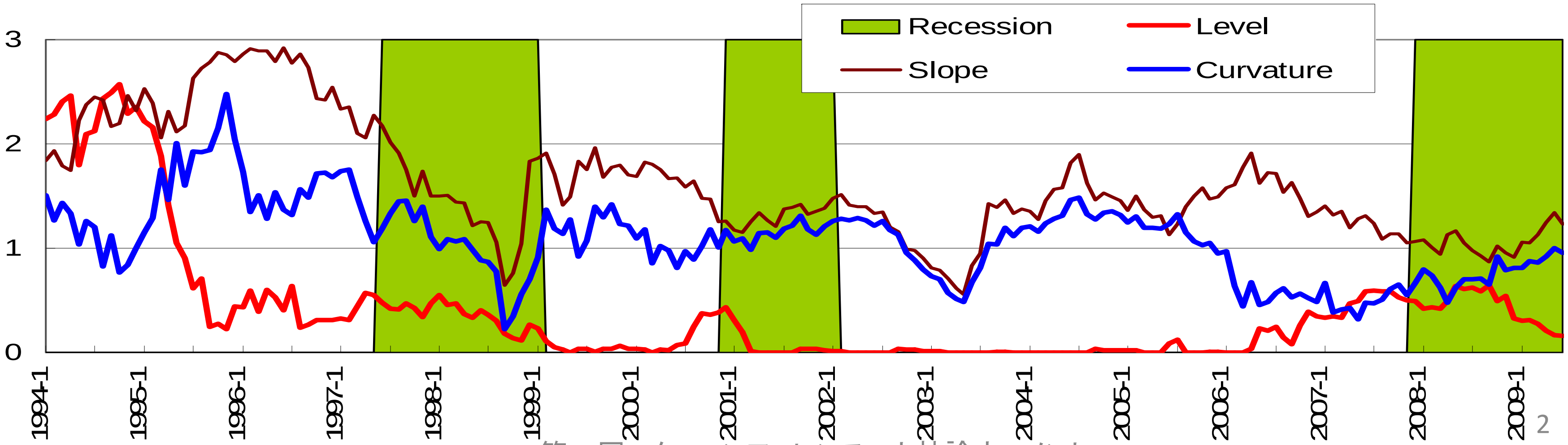
首都大学東京
飯星　博邦

1.　イールド(利回り)カーブ

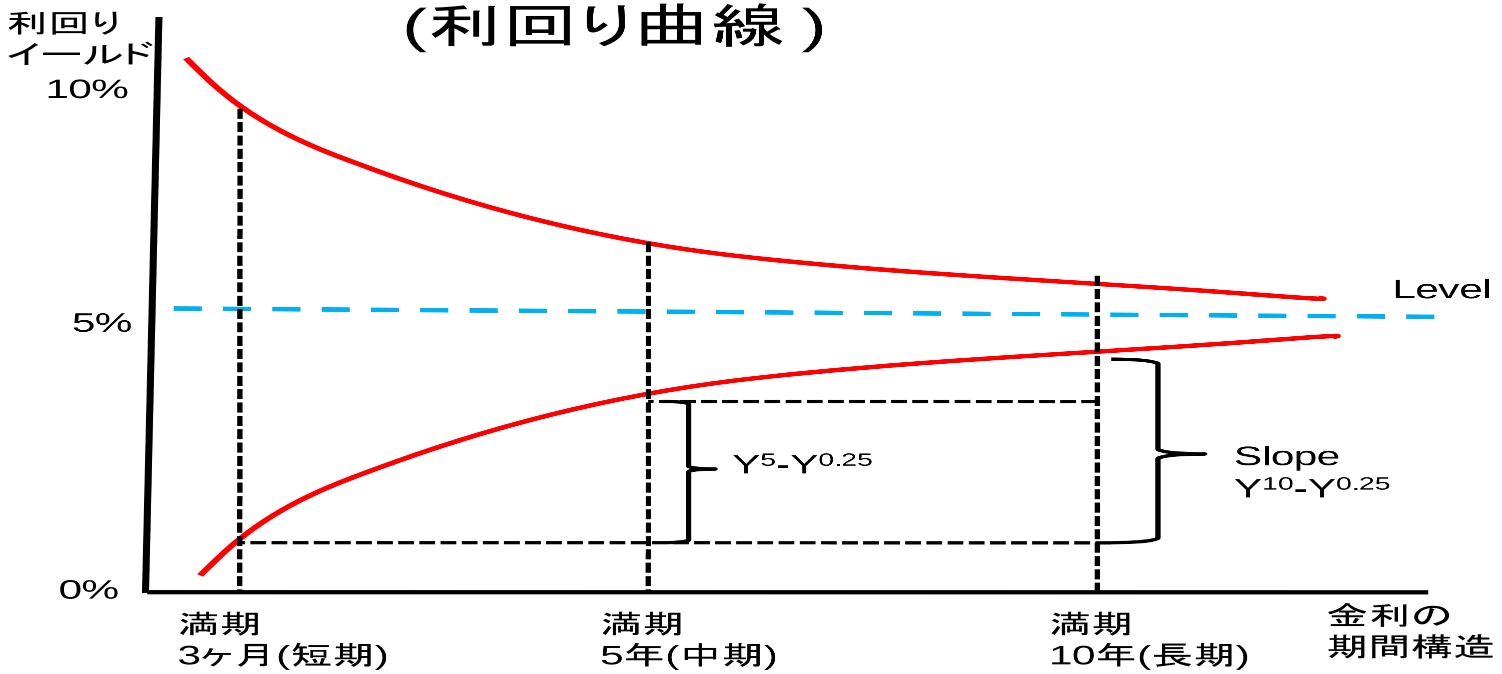
日本の国債のゼロクーポンのイールドと3因子の月次データ



クロス-セクションが イールドカーブ
同じ金融商品でも、残存期間　が異なると、イールド が異なる!!



1.2 イールド・カーブ (Yield Curve) (利回り曲線)



Dewachter and Lyrio (2006)のマクロファイナンス研究によれば

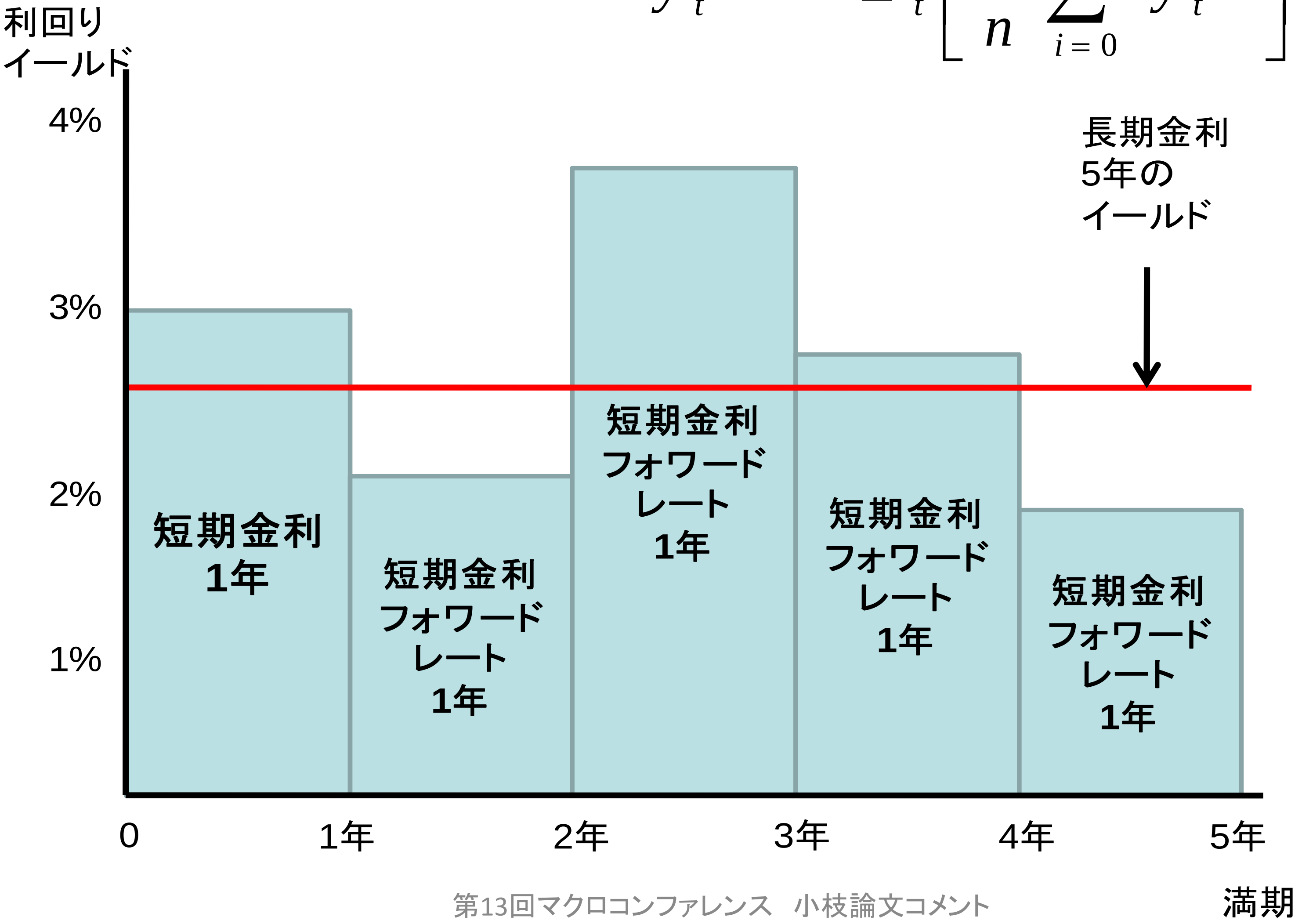
残存期間

1. 「**水準 (Level)** = $Y^{0.25}$」は、**長期インフレ率**(π*)に依存する。
2. 「**勾配　(Slope)** = $Y^{10} – Y^{0.25}$」は、**景気循環**(ΔGDP)に依存する。
3. 「**曲率　(Curvature)** = $(Y^{10} – Y^{2})$ー $(Y^{2} – Y^{0.25})$ 」は、**金融政策**(R_t - R*)に依存する。

4. 短期のボラティリティは、長期のボラティリティより大である。
5. 主成分分析より、因子数は3つで99%をカバーする。(Litterman&Scheikman,1991)

1.3 金利の期間構造と期待仮説

Expectations Hypothesis $y_t^{(n)} = E_t\left[\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1} y_t^{(1)}\right]$



2. マクロ･ファイナンス

無裁定条件により、クロスセクション　から　イールドを　制約している
アフィン型金利期間構造モデル(Duffie & Kan, 1996)　を
Ang &Piazzeki(2003)が　マクロ経済変数へ応用

イールド $y_t^{(n)}$ と債券価格 $p_t^{(n)}$ ← 残存期間

因子(確率変数)

$$y_t^{(n)} = -\frac{\log p_t^{(n)}}{n} = \frac{A_n}{n} + \frac{B_n}{n} X_t = a_n + b_n X_t$$

係数(Factor loading)

因子(Factor)=確率変数

$$X_{t+1} = \mu_t^{\mathbb{Q}} + \Sigma\, \varepsilon_{t+1}^{\mathbb{Q}}, \quad \varepsilon_t^{\mathbb{Q}} \sim N(0, I)$$

1. アフィンモデルの因子 X_t にマクロ変数を加えて、
   マクロ変数 → イールド $y_t^{(n)}$ の関係を捉える。

ほとんどの
マクロファイナンスはこちら

2. アフィンモデルから、**イールド** $y_t^{(n)}$ **→ マクロ変数** の関係を捉える。

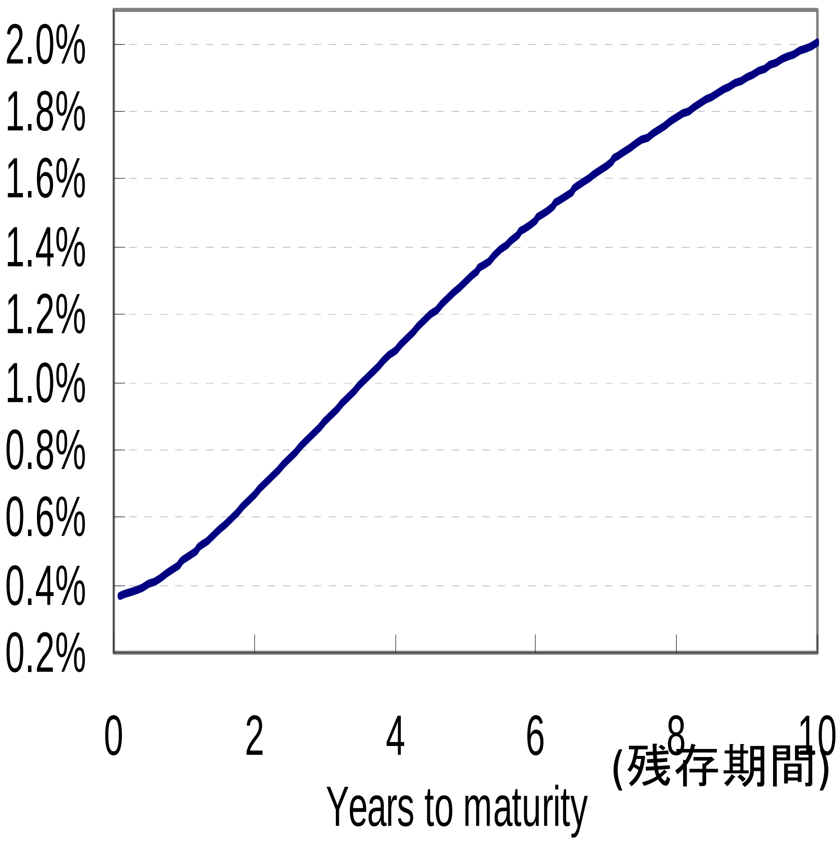
Ang, Piazzeki, Wei (2006), 市川･飯星(2011)

2.1　アフィンモデルのFactor Loading(係数)の推定値 (日本の国債)

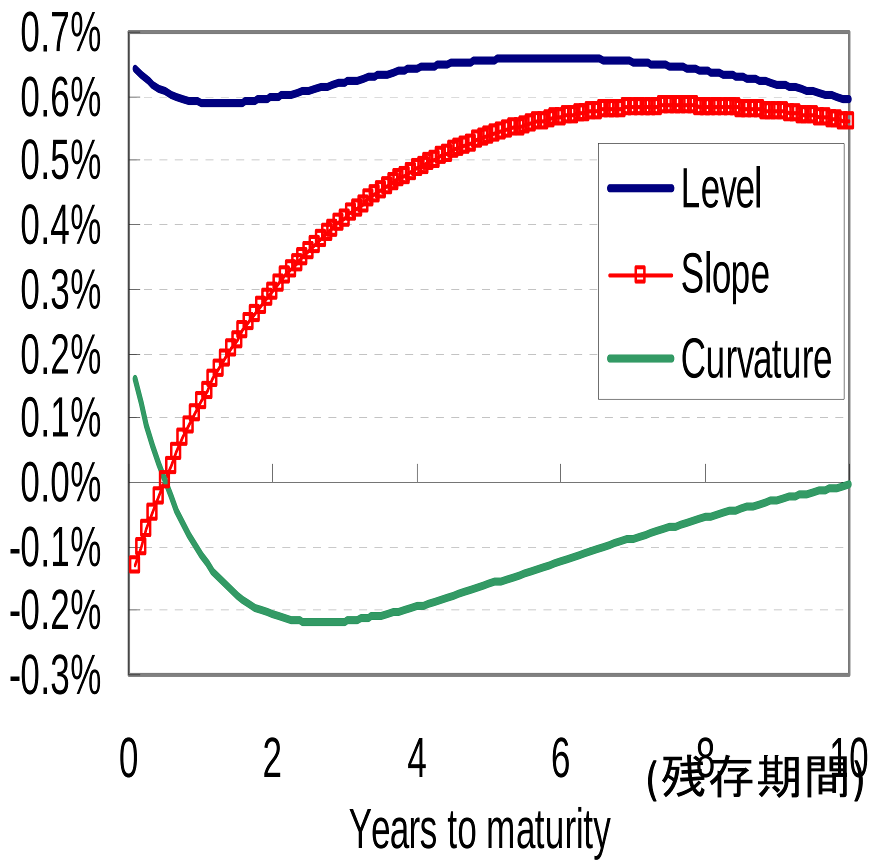
$$y_t^{(n)} = a_n + b_n X_t$$

因子Xtとして　(1) level, (2) slope,
(3) Curvature の標準化の値を利用

Factor Loading　an

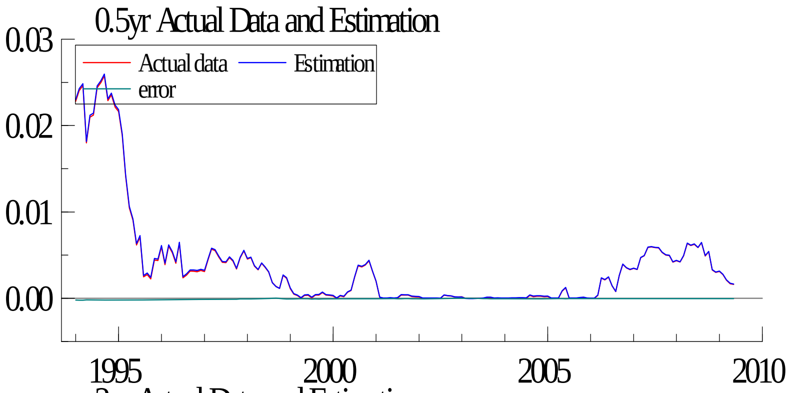


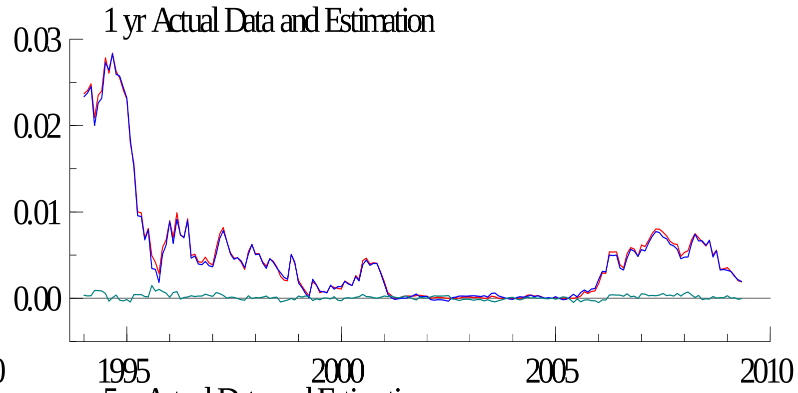
Factor Loading　bn

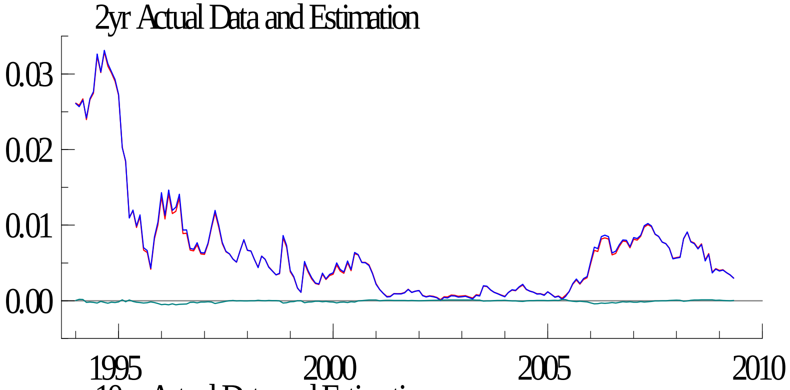


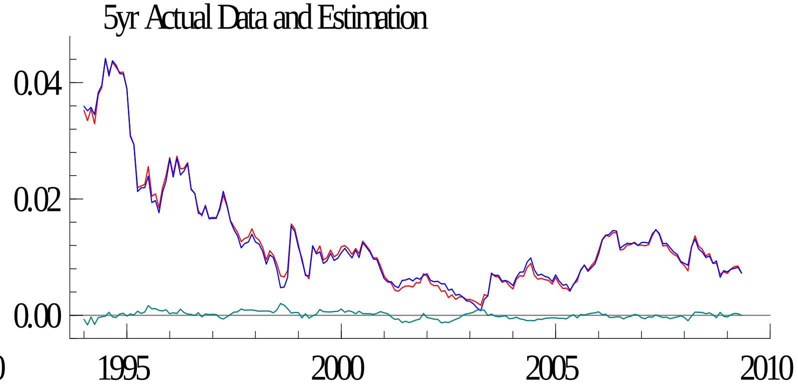
a_nは、各満期の平均イールドとなっている。

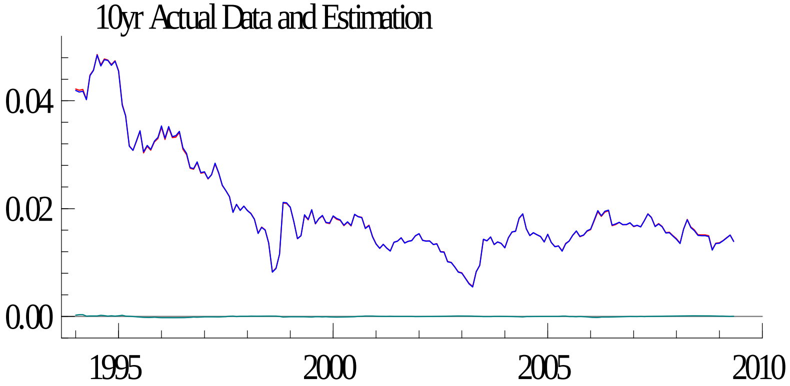
日本の国債の各イールドの実測値とアフィンモデルによる推定値の比較











アフィンモデルの推定精度は高い!!

赤線 ---- 実測値
青線 ---- 推定値
緑線 ----- 誤差

3. 測度変換

現実確率測度　P

$$E_t^{\mathbb{P}}\left(P_{t+1}\right) < P_t$$

$$= P_t - \underbrace{(\gamma_t \sigma_t)}_{\text{Risk Premium}}$$

現実社会の中の
経済主体は　危険回避型の世界に
住んでいる

リスク中立確率測度　Q

無裁定条件　=　マルチンゲール

$$E_t^{\mathbb{Q}}\left(P_{t+1}\right) = P_t$$

リスク中立確率測度Q　の下で
金融商品の価格付けが行われる。

マクロモデルの中の
経済主体は　リスク中立の世界に
住んでいる

3.1 ラドン･ニコディムの定理

確率測度 $\mathbb{P}(H), \mathbb{Q}(H)$ で
$\mathbb{P}(H) = 0 \rightarrow \mathbb{Q}(H) = 0$ for all $H \in \mathcal{F}_t$
が成り立つならば

$$d\mathbb{Q}(w) = Z(w)\, d\mathbb{P}(w)$$

となる $Z(w)$ が存在する。
ここで $Z = d\mathbb{Q}/d\mathbb{P}$ は**ラドン・ニコディム導関数**と呼ばれる。
(Oksendal, 2003,p161)

現実確率測度　P

$$E_t^{\mathbb{P}}\left(P_{t+1} \right)$$

リスク中立確率測度　Q

$$E_t^{\mathbb{Q}}\left(P_{t+1} \right)$$

測度変換

$$E^{\mathbb{P}}\left(\frac{d\mathbb{Q}}{d\mathbb{P}} P_t \right) = E^{\mathbb{Q}}\left(P_t \right)$$

3.2 ギルサノフの定理 (Oksendal, 2003, p166)

現実確率測度　P

伊藤過程

$$dX = (r + \underbrace{\sigma\,\gamma}_{\text{Risk Premium}})dt + \sigma\,dW^{\mathbb{P}}$$

γ 　はリスクの市場価格

$W^{\mathbb{P}}$ は測度 $\mathbb{P}$ でのブラウン運動

ドリフト項のみ
リスク分増加

$$E_t^{\mathbb{P}}\left(X_{t+1} \right)$$

リスク中立確率測度　Q

伊藤過程　　無リスク金利

$$dX = r\,dt + \sigma\,dW^{\mathbb{Q}}$$

拡散項のボラティリティの値は同一！！

$$E_t^{\mathbb{Q}}\left(X_{t+1} \right) = E_t^{\mathbb{P}}\left(\frac{d\mathbb{Q}}{d\mathbb{P}} X_{t+1} \right)$$

ラドン・ニコディム導関数

$$\frac{d\mathbb{Q}}{d\mathbb{P}} = \exp\left(-\int_0^T \gamma\,dW^{\mathbb{P}} - \frac{1}{2}\int_0^T \gamma_t^2\,dt \right)$$

3.3 伊藤の公式 (Oksendal, 2003, p44)

確率変数が伊藤過程に従い

$$dX = r\,dt + \sigma\,dW$$

関数 Y が二階微分可能ならば

$$Y_t = g(t, X_t)$$

以下の確率微分方程式が成り立つ

$$dY_t = \frac{\partial g}{\partial t}(t, X_t)dt + \frac{\partial g}{\partial x}(t, X_t)\,dX_t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(t, X_t)\,(dX_t)^2$$

ただし

$$dt \cdot dt = dt \cdot dW = dW \cdot dt = 0, \qquad dW \cdot dW = dt$$

4. アフィン型金利の期間構造モデル (ATMS)

(Duffie &Kan,1996)

リスク中立確率測度　Q

債券価格

$$p_t^{(n)} = E_t^{\mathbb{Q}}(\mathcal{M}_{t+1} \times p_{t+1}^{(n-1)})$$

無リスク金利

Pricing Kernel
(現在価値割引率)

$$\mathcal{M}_{t+1} = \exp\left(-\int_t^{t+1} r_s\, ds\right)$$

測度 変換

$$E^{\mathbb{P}}(\mathcal{M}_t) = E^{\mathbb{Q}}\left(\frac{d\mathbb{P}}{d\mathbb{Q}}\mathcal{M}_t\right),$$

ラドン・ニコディム
導関数

$$\left(\frac{d\mathbb{P}}{d\mathbb{Q}}\right)_{T,t} = \exp\left[-\frac{1}{2}\int_t^T \Lambda_s'\Lambda_s\, ds - \int_t^T \Lambda_s'\, dW\right]$$

現実確率測度　P

$$\mathcal{M}_{t+1} = \exp\left[-\int_t^{t+1} r_s\, ds - \frac{1}{2}\int_t^{t+1}\Lambda_s'\Lambda_s\, ds - \int_t^{t+1}\Lambda_s'\, dW\right]$$

続き (その1)

(1) **無裁定条件**

$$p_t^{(n)} = E_t^{\mathbb{Q}}(\mathcal{M}_{t+1} \times p_{t+1}^{(n-1)})$$

Pricing Kernel $\mathcal{M}_{t+1} = \exp\left(-\int_t^{t+1} r_s\, ds\right)$

(2) **アフィン型モデル**

$$p_t^{(n)} = \exp(A_n + B_n' X_t)$$

(3) **因子の確率動学モデル**

$$dX = \mu_t^{\mathbb{Q}} dt + \Sigma dW^{\mathbb{Q}}$$

$$\mu_t^{\mathbb{Q}} = X_t + \kappa^{\mathbb{Q}}(\theta^{\mathbb{Q}} - X_t)$$

上の(1)式に(2)式と(3)式を代入して **伊藤公式**を適用すると以下の偏微分方程式が得られる (**ファインマン=カッツ方程式**)

$$\begin{aligned}\frac{dp(n,t)}{p(n,t)} &= B(n)'dX_t + \frac{1}{2}|B(n)'\Sigma_t|^2 dt - (\partial A(n) + \partial B(n)X_t)dt \\ &= \left(B(n)'\kappa^{\mathbb{Q}}(\mu^{\mathbb{Q}} - \theta_{\mathbb{Q}}) + \frac{1}{2}|B(n)'\Sigma_t|^2 - \partial A(n) - \partial B(n)'X_t\right)dt + B(n)'\Sigma_t dW_t^{\mathbb{Q}}\end{aligned}$$

これを整理すると

$$\left(-\partial B(n) - \delta_X - \kappa^{\mathbb{Q}\,\prime} B(n) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left[B(n)'\Sigma\right]_i^2 \sigma_{Xi}\right) X_t \quad \frac{\partial B}{\partial n}$$

$$+ \left(-\partial A(n) - \delta_0 + B(n)'\kappa^{\mathbb{Q}}\theta_{\mathbb{Q}} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left[B(n)'\Sigma\right]_i^2 \sigma_{0i}\right) = 0 \quad \frac{\partial A}{\partial n}$$

各括弧内の項が=0 となる必要がある。

続き　(その2)

Factor Loading の偏微分方程式

$$\frac{dA(n)}{dn} = -\delta_0 + B(n)'\,\kappa^{\mathbb{Q}}\,\theta_{\mathbb{Q}} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left[\,B(n)'\,\Sigma\,\right]_i^2 \sigma_{0i}$$

$$\frac{dB(n)}{dn} = -\delta_X - \kappa^{\mathbb{Q}\,\prime}\,B(n) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left[\,B(n)'\,\Sigma\,\right]_i^2 \sigma_{Xi}$$

満期 $n=0$ のとき、$A(0)=0$, $B(0)=0$ である。

上の偏微分方程式を**離散化**すると、
残存期間 nに対応した**Factor Loadingの決定式**が得られる

$$A_{n+1} = \delta_0 + (\kappa^{\mathbb{Q}}\;\theta^{\mathbb{Q}})' B_n - \frac{1}{2} B_n'\;\Sigma\;\Sigma'\;B_n + A_n, \tag{2.6}$$

$$B_{n+1} = \delta_X + B_n - \kappa^{\mathbb{Q}} B_n, \tag{2.7}$$

ここで $A_0=0$, $B_0=0$, $A_1=\delta_0$, $B_1=\delta_Y$ と設定する。

(なお、(2.6) および (2.7) 式の導出において、本モデルの拡散過程が正規分布に従うとする仮定より、$\sigma_{0i}=1$, $\sigma_{Xi}=0$ とおいた。)

5. レジームスイッチ型ATSM

レジームスイッチ型ATSMの利点

"A potential limitation of diffusion models of the risk factors X is that the resulting (affine) DTSMs may not match the higher-order moments of bond yields. While adding jumps would help in this regard, jump-diffusions may not generate persistent periods of "turbulent" and "quiet" bond merkets. To fit such patterns in historical yields, Hamilton (1998), Gray (1996), and Ang and Bekaert (2002), among others, have had some success using switching-regime models. "
(Dai and Singleton, 2003, p651)

金融工学では、Levi Processなどのジャンプ過程(不連続)のモデルが脚光を浴びているが、 現実のイールドの動き(高次モーメント)を説明できていない。

5.1　レジームスイッチ型ATSMの先行研究

(2). Dai, Singleton and Yang (2007) とAng, Bekaert, and Wei (2008) の研究

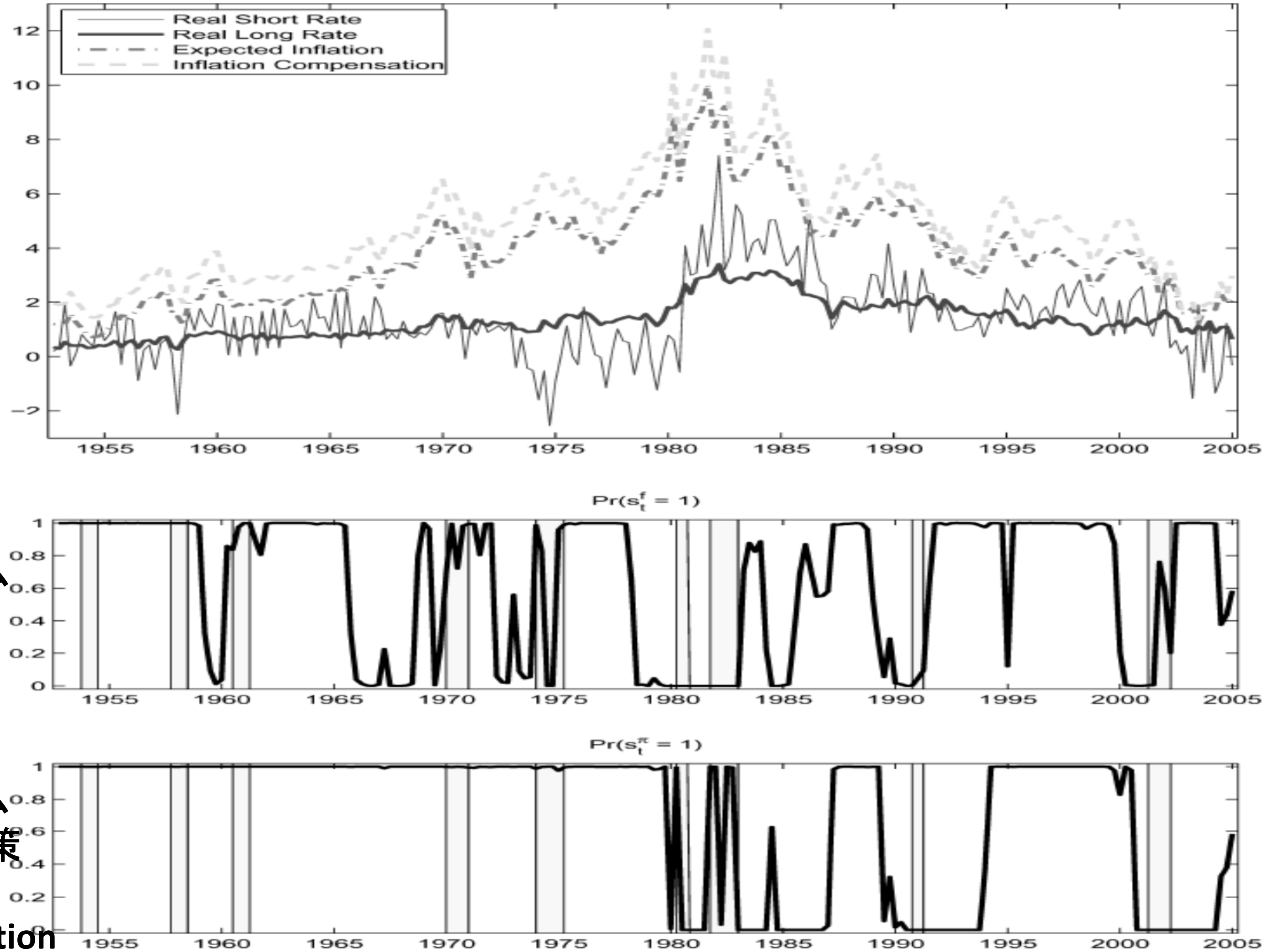
アフィン型金利の期間構造モデルのレジームスイッチ推定を行った。

1) 1因子のレジームスイッチは、景気循環と一致している。 (Dai, Singleton and Yang, 2007)
また、別の因子のレジームスイッチでは、金融政策と一致している。(Ang, Bekaert, and Wei, 2008)

2) アフィンモデルでは説明できないボラティリティなどの高次モーメントの変動は、レジームスイッチを付加することで把握できる。(Dai, Singleton and Yang, 2007)

　レジーム Low のボラティリティにおいて、コブ型をしている。

アメリカにおける金利の期間構造のレジームスイッチ (Ang, Bekaert, Wei, 2008)



レジーム景気
　循環

レジーム金融政策
Great
Moderation

5.2 先行研究の特徴

- Ang, Bekaert, Wei (2008)

$$X_t = \kappa^{\mathbb{Q}}\,\theta^{\mathbb{Q}} + \kappa^{\mathbb{Q}} X_{t-1} + \Sigma\,\varepsilon_t$$

(a)現実確率測度Pではスイッチするが
　リスク中立確率測度Qでは係数(factor loading)はスイッチせず
(b) 因子とレジームは非観測変数(Hamilton Filterで推定)

- Dai, Singleton, Yang (2007), and Ichikawa, Iiboshi (2010)

$$X_t = \kappa^{\mathbb{Q}}\,\theta(S_t)^{\mathbb{Q}} + \kappa^{\mathbb{Q}} X_{t-1} + \Sigma\,\varepsilon_t$$

レジーム

(a)定数項(Factor loading A_n)のみスイッチ
(b) 因子とレジームは非観測変数(Hamilton Filterで推定)

- Koeda(2011), Hamilton & Wu(2011)

$$X_t = \kappa(S_t)^{\mathbb{Q}}\,\theta(S_t)^{\mathbb{Q}} + \kappa(S_t)^{\mathbb{Q}} X_{t-1} + \Sigma\,\varepsilon_t$$

$$\begin{cases} A_{n+1} = \delta_0 + (\kappa^{\mathbb{Q}}\,\theta^{\mathbb{Q}})' B_n - \frac{1}{2} B_n'\,\Sigma\,\Sigma'\,B_n + A_n, \\ B_{n+1} = \delta_X + B_n - \kappa^{\mathbb{Q}} B_n, \end{cases}$$

(a)定数項と各因子Xの両方が係数(Factor Loading B_n)スイッチ
(b) 因子とレジームは観測変数

5.3 なぜレジームスイッチのモデル化は難しいのか

- レジームスイッチしても、マルチンゲール(無裁定条件)が成立するように、モデル化しなくてはならないので。

$$E\left[\frac{M_{t+1}P^{n-1}_{t+1}}{P^n_t}\middle| d_t, f_t\right] - 1 = 0, \tag{7}$$

遷移確率πの値に依存せず、以下の恒等式(マルチンゲール)を担保しなくてはならない

$$E\left\{E\left[\frac{M_{t+1}P^{n-1}_{t+1}}{P^n_t} - 1\middle| d_{t+1}, d_t, f_t\right]\middle| d_t, f_t\right\} = 0 \tag{10}$$

$$= \pi_{d_t1}\underbrace{\left\{E\left[\frac{M_{t+1}P^{n-1}_{t+1}}{P^n_t} - 1\middle| d_{t+1} = 1, d_t, f_t\right]\right\}}_{\substack{\text{レジーム1(通常期)} \\ \text{括弧内の値= 0}}} + \pi_{d_t0}\underbrace{\left\{E\left[\frac{M_{t+1}P^{n-1}_{t+1}}{P^n_t} - 1\middle| d_{t+1} = 0, d_t, f_t\right]\right\}}_{\substack{\text{レジーム0 (ゼロ金利)} \\ \text{括弧内の値= 0}}},$$

6. コメント

6.1 可変パラメータATSMによるTaylor ルールへの応用

- 「通常期」と「ゼロ金利期」で、Taylorルールのパラメータを可変させる。
  → 金融政策ルールのイールドへの影響を推定。
  本論文は極めて有意義な研究である。
  できれば、インパルス応答関数で金融政策ショックによるイールドへの波及効果を見たい。

- TaylorルールのTime Varying Paramterのマクロファイナンスの先行研究として Ang,Boivin, Dong, Loo-Kung(2011)があり、インパルス応答関数を導出している。

Ang, Boivin, Dong, Loo-Kung (2011) によるインパルス応答関数

GDP　インフレ　Factor Loading　Factor Loading

短期金利

長期金利

長短金利差

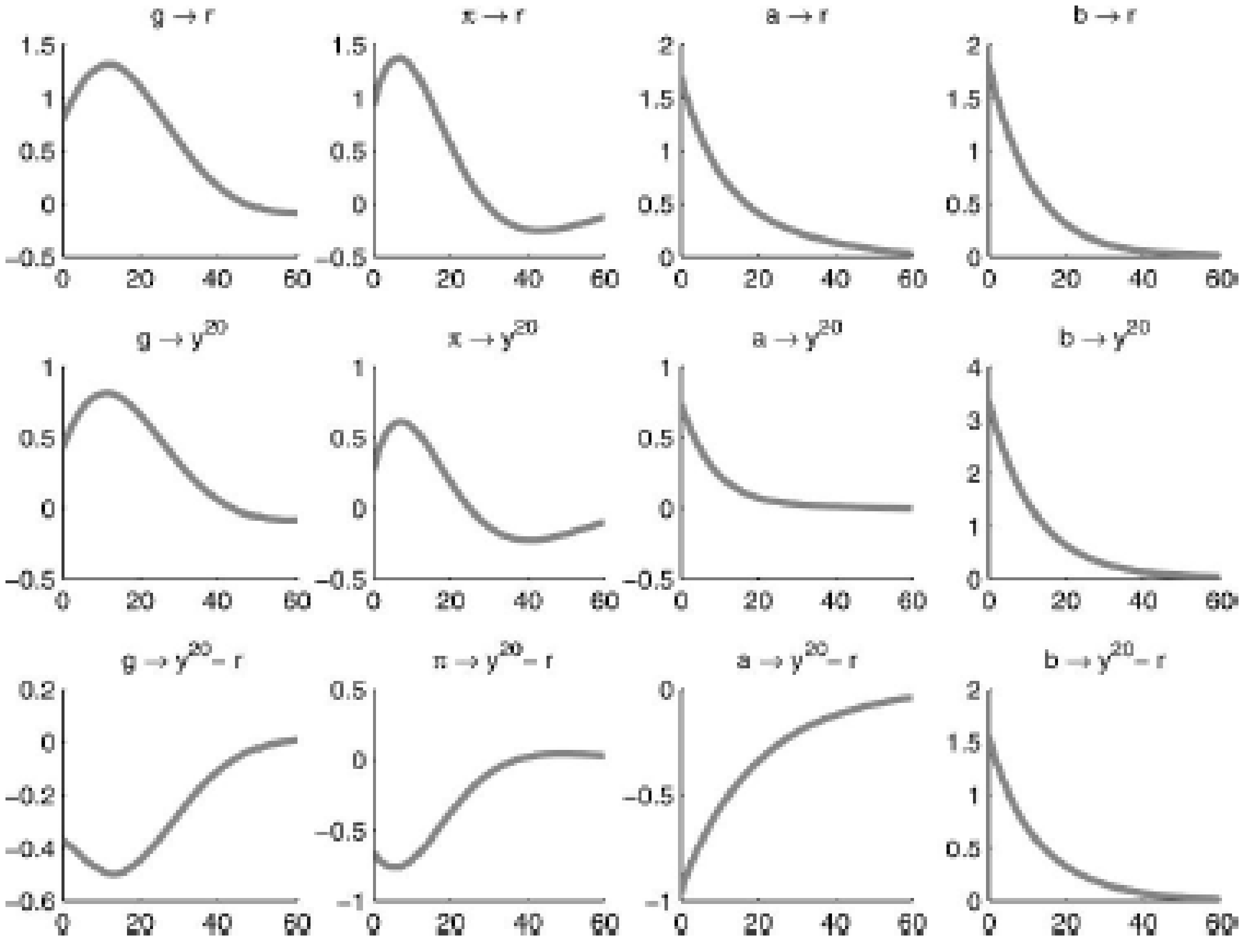
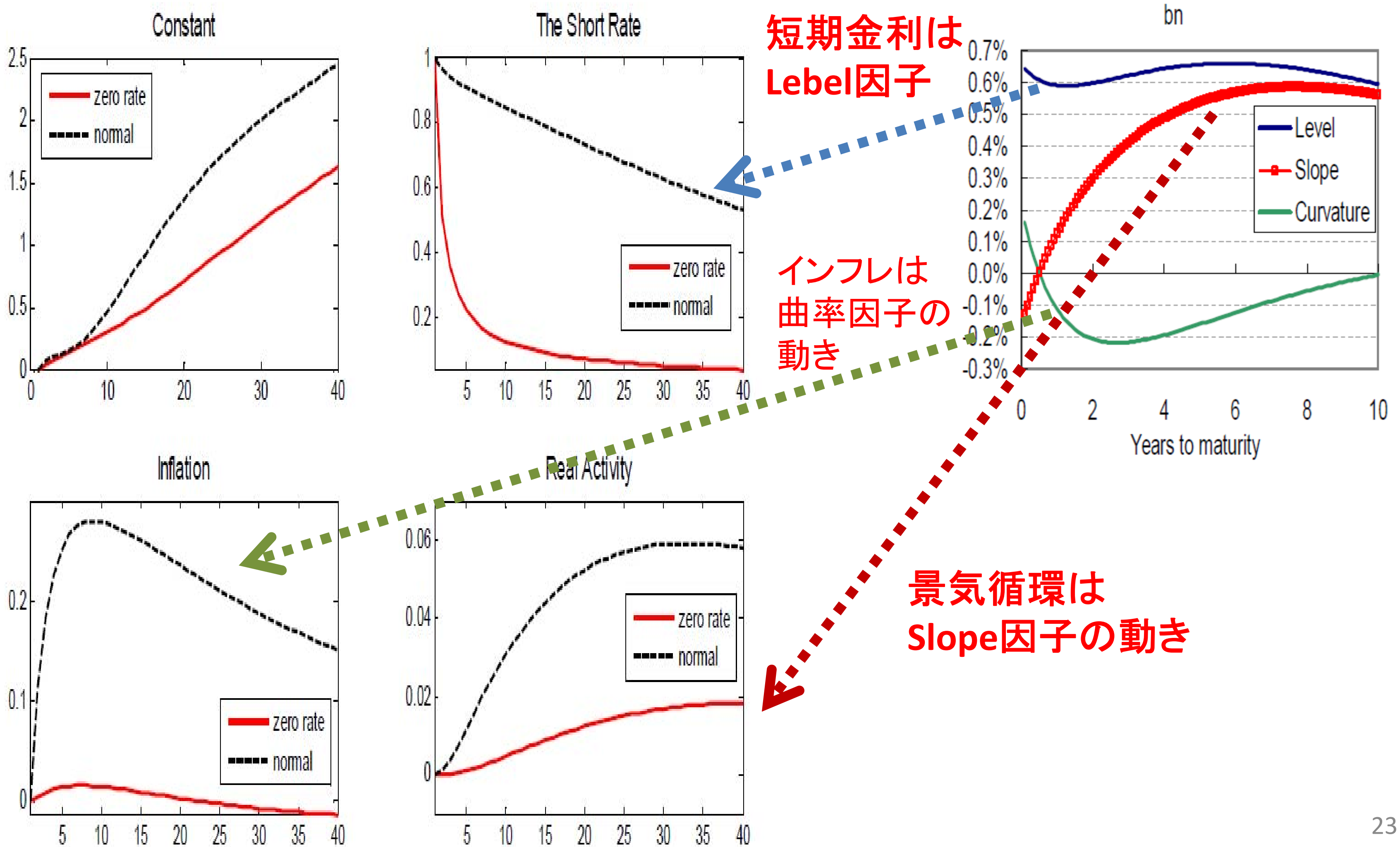


FIGURE 4

Yield curve impulse responses to factor shocks. We plot the impulse responses of the short rate, r_t, the 20-quarter yield, y_t^{20}, and the yield spread, $y_t^{20} - r_t$, to an unconditional one-standard deviation shock in the output gap and inflation (g_t and π_t, respectively) in the first two columns and an unconditional one-standard deviation shock to a_t and b_t in the last two columns. Units on the x-axis are in quarters and the responses of yields on the y-axis are annualized and in percentages

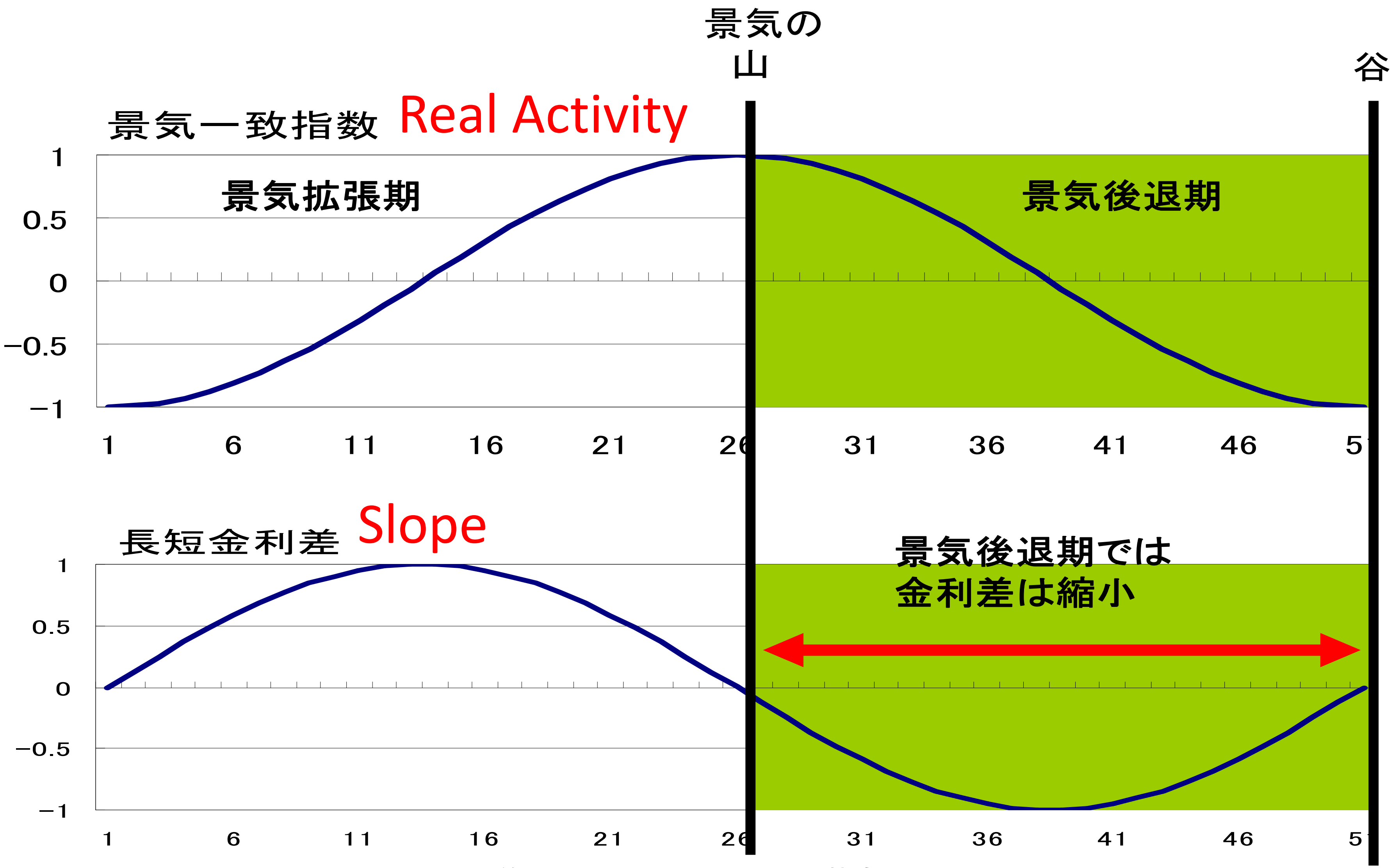
6.2 因子の係数(Factor Loading)の解釈

3つのマクロ経済変数は、金利の期間構造の3因子と対応している。

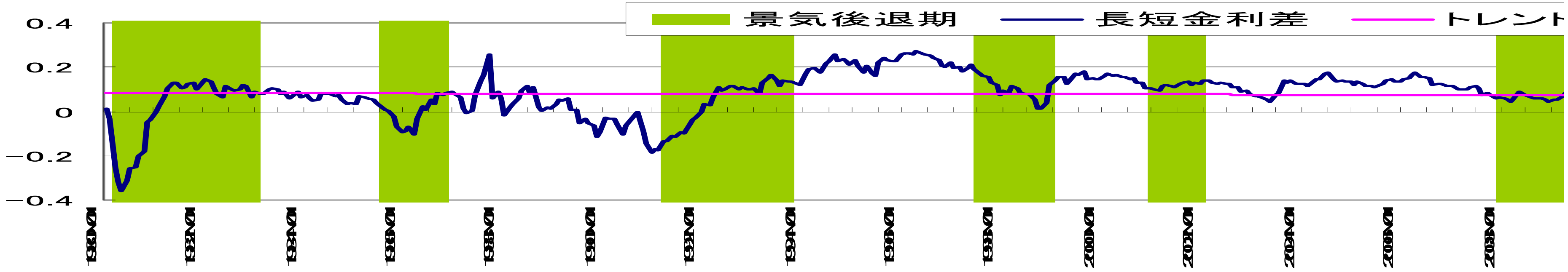


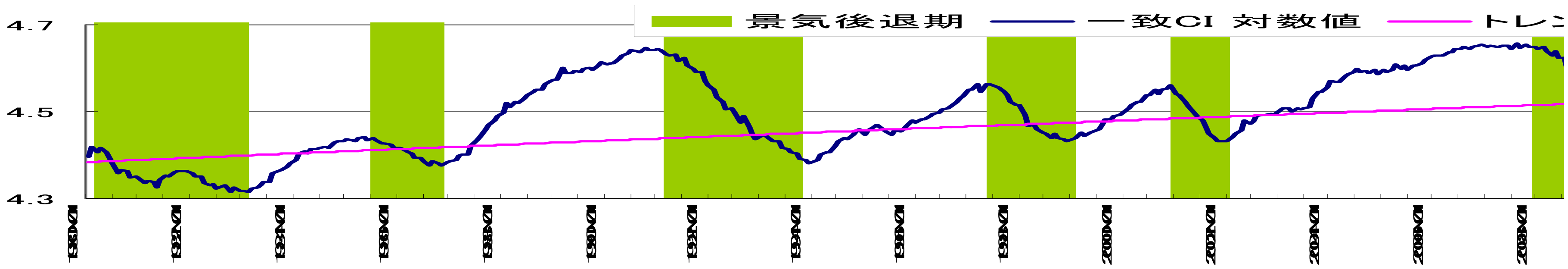
6.2(1)　Real Activity　と　Slope　の関係

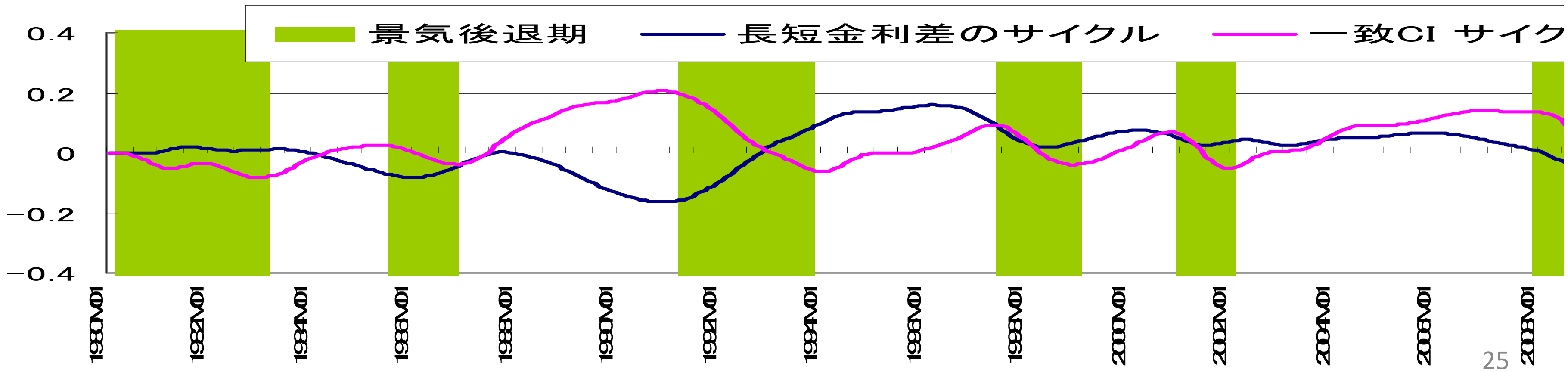
相関は高いが位相がずれている



景気一致CI と 長短金利差　との関係 (飯星, 2010)

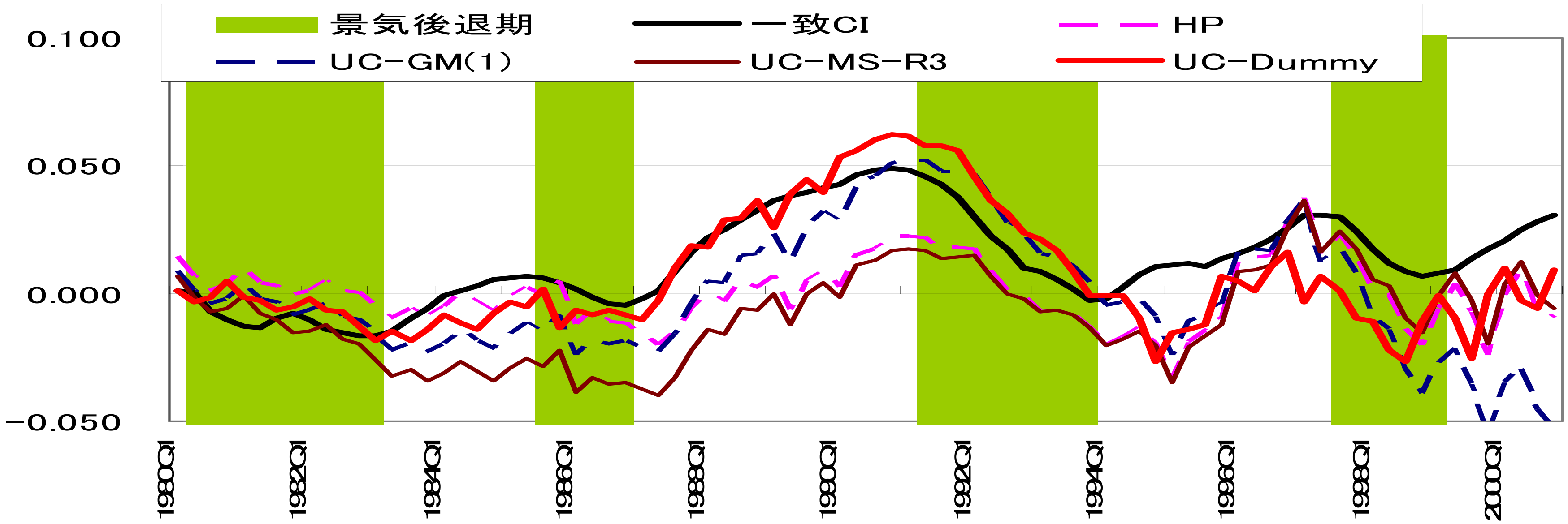




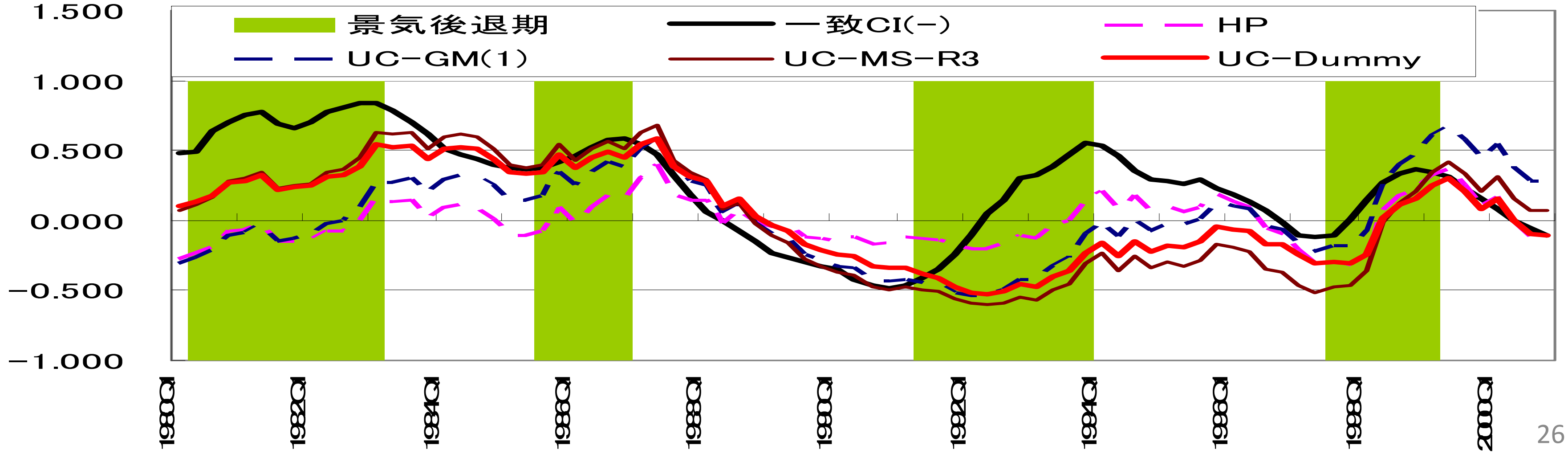


一致CI　と　GDPのHPフィルターの相関は高い

(a) 実質GDPのサイクル成分と一致CI



(b) 完全失業率のサイクル成分と一致CI



6.3 現実確率測度PでのVARモデル

現実確率測度Pの下で、3因子(短期金利,GDP, インフレ率)は
VARモデルで推定されている。

→ Backward-Looking 型 (発散型―収束が保障されていない。)

→ Forward-Looking 型のDSGEモデルへ変更してみてはどうか。
先行研究として
Bekaert, Cho, Moreno (2010)– New Keynesian Type DSGE + GMM
Chib,Kang,Ramamurthy (2011)
-- New Keynesian Type DSGE + Regime switching + MCMC

ただし、
ゼロ金利下でのDSGEモデルの導入は難しいが、
通常期ならば、可能ではないか?

6.4 因子の選択

- ゼロ金利だけでなく、量的緩和の効果を見るために、因子としてマネーストック(M1やマネタリーベース)を追加したらどうなるか?

- 飯星・梅田・脇田(2011)によるMarkov-Switching VARの推定結果(インパルス応答)では、
「　量的緩和レジームにおいて
　　M1　は
　　短期金利には 影響を及ぼすが
　　長期金利には 影響を与えていない。」

6.5 遷移確率 π の仮定

本研究の遷移確率 π について 現実確率測度PとリスクＱ中立確率測度Q
の区別をしていない。

一般に、現実確率測度Pの遷移確率π^P とリスク中立確率測度Qの遷移確率π^Qは違うので「これが同一の値 (πP = πQ) である仮定」が必要。

$$\overset{P}{E}\left\{ E\left[\frac{M_{t+1}P_{t+1}^{n-1}}{P_t^n} - 1 \middle| d_{t+1}, d_t, f_t \right] \middle| d_t, f_t \right\}$$

$$= \pi^P_{d_t1}\left\{ \underbrace{E\left[\frac{M_{t+1}P_{t+1}^{n-1}}{P_t^n} - 1 \middle| d_{t+1} = 1, d_t, f_t \right]}_{J_1} \right\} + \pi^P_{d_t0}\left\{ \underbrace{E\left[\frac{M_{t+1}P_{t+1}^{n-1}}{P_t^n} - 1 \middle| d_{t+1} = 0, d_t, f_t \right]}_{J_2} \right\}. \tag{A-2}$$

債権価格の価格付けでは「リスク中立確率測度Q」で行う

$$\bar{a}_n^{d_t} = \sum_{j=0,1} \pi^Q_{d_tj}\left(\bar{a}_{n-1}^j + \bar{b}_{n-1}^j \bar{\mu}_0^j + \bar{\mathbf{c}}_{n-1}^j \gamma_0 + \frac{1}{2} K_{n-1}^j K_{n-1}^{j\prime} - K_{n-1}^j \Sigma_f^{j\prime} \lambda_0^{d_t} \right),$$

$$\left[\bar{b}_n^{d_t}, \bar{\mathbf{c}}_n^{d_t} \right] = \sum_{j=0,1} \pi^Q_{d_tj}\left[\delta_{n-1}^j - K_{n-1}^j \Sigma_f^{j\prime} \lambda_1^{d_t} \right].$$

6.6 測度QでのPricing Kernelの設定

現実確率測度 P の下で

測度PでのPricing Kernel

$$\mathcal{M}_{t+1} = \exp\left[-\int_t^{t+1} r_s\, ds - \frac{1}{2}\int_t^{t+1} \Lambda_s'\Lambda_s\, ds - \int_t^{t+1} \Lambda_s'\, dW\right]$$

$$E^{P}\left\{E\left[\frac{M_{t+1}P_{t+1}^{n-1}}{P_t^n} - 1 \middle| d_{t+1}, d_t, f_t\right] \middle| d_t, f_t\right\}$$

$$= \pi^{P}_{d_t 1}\left\{\underbrace{E\left[\frac{M_{t+1}P_{t+1}^{n-1}}{P_t^n} - 1 \middle| d_{t+1} = 1, d_t, f_t\right]}_{J_1}\right\} + \pi^{P}_{d_t 0}\left\{\underbrace{E\left[\frac{M_{t+1}P_{t+1}^{n-1}}{P_t^n} - 1 \middle| d_{t+1} = 0, d_t, f_t\right]}_{J_2}\right\}.$$

$$J_1 = E\left[\begin{array}{l} \exp(\boxed{-r_{t,1}} \cancel{- \tfrac{1}{2}\lambda_t'\Sigma_f^1\Sigma_f^{1\prime}\lambda_t - \lambda_t'\Sigma_f^1 e_{t+1}}) \\ \times \exp(\bar{a}_{n-1}^1 + \bar{b}_{n-1}^1 r_{1,t+1} + \bar{\mathbf{c}}_{n-1}^1 X_{t+1}) \\ \times \exp(-\bar{a}_n^{d_t} - \bar{b}_n^{d_t} r_{1,t} - \bar{\mathbf{c}}_n^{d_t} X_t) - 1 \end{array} \middle| d_{t+1} = 1, d_t, f_t\right],$$

測度Q でのPricing Kernel

$$\mathcal{M}_{t+1} = \exp\left(-\int_t^{t+1} r_s\, ds\right) = 1$$

仮定でr=0と置いているので
この項は不要では??

$$\left(\frac{d\mathbb{P}}{d\mathbb{Q}}\right)_{T,t} = \exp\left[-\frac{1}{2}\int_t^T \Lambda_s'\Lambda_s\, ds - \int_t^T \Lambda_s'\, dW\right]$$

$$E^{\mathbb{P}}(\mathcal{M}_t) = E^{\mathbb{Q}}\left(\frac{d\mathbb{P}}{d\mathbb{Q}}\mathcal{M}_t\right),$$

6.7　推定法

- 本研究のモデルは　線形+正規分布なので　最尤法　を採用
- しかし、ATSMは　２つの測度があるのでパラメータ数が多い。
  Dai, Singleton, Yang (2007)は最尤法を採用しているが、
  すべてのパラメータを推定できないため、一部のパラメータを固定している。
- 新しい金利の期間構造モデルは、非線形+非正規分布モデルである。
  → MCMCによるベイズ推定
  Chib, Kang, Ramamurthy(2011),
  Ang, Boivin, Dong,Loo-Kung(2011)

6.8 イールドの推定精度の表現法

- 本研究では標準誤差を採用しているが、
  決定係数を利用すると推定精度を捕捉しやすい

- 標準誤差　(絶対的大きさ)
  $\Sigma e^2/(n-1)$

- 決定係数 (相対的大きさ)
  $R^2 = \Sigma e^2/\Sigma(y - \overline{y})^2$

7.参考文献

1. Ang, Bekaert, Wei (2008) "The Term Structure of Real Rates and Expected Inflation," Journal of Finance, 63(2) 797-849.

2. Ang, Boivin, Dong, Loo-Kung (2011) ”Monetary Policy Shifts and the Term Structure,” Review of Economics Studies, 78, 429-457.

3. Ang, Piazzeki (2003) “A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomics and latent variables," *Journal of Monetary Economics*, 50, p745-787.

4. Ang, Piazzeki, Wei (2006) “What does the yield curve tell us about GDP growth?" *Journal of Econometrics*, 131, 359-403.

5. Bekaert, Cho, and Moreno (2010) "New Keynesian Macroeconomics and the Term Structure," Journal of Money, Credit and Banking, 42(1), 33-62.

6. Chib, Kang, Ramamurthy (2011) “Monetary Policy Regime Changes and the Structure: Evidence from a DSGE model” mimeo

7. Dai, Singleton (2003) “Term Structure Dynamics in Theory and Reality," The Review of Financial Studies, Vol.16(3), 631-678.

8. Dai, Singleton, Yang (2007) “Regime Shifts in a Dynamic Term Structue Model of U.S. Treasury Bond Yields,“ The Review of Financial Studies, Vol.20 (5), 1669-1706.

9. Dewacher, Lyrio (2006) "Macro Factors and the Term Structure of Interest Rates, " Journal of Money, Credit & Banking, 38(1) 119-140.

1. Duffie, Kan (1996) "A Yield-Factor Model of Interest Rates ," Mathematical Finance, Vol.6(4), 379-406.

2. Hamilton, Wu (2011) “The Effectiveness of Alternative Monetary Policy Tools in a Zero Lower Bound Environment” NBER working paper

3. Ichikawa, Iiboshi (2010) “Regime Shifts in a Dynamic Term Structure Model of Japanese Government Bond Yields,” 『日本ファイナンス学会予稿集』

4. Litterman and Scheikman (1991) "Common Factors affecting Bond Returns," Journal of Fixed Income, 1, 54-61.

5. Oksendal (2003) Stochastic Differential Equations, Sixth edition, Springer

6. Piazzeki (2010) "Affine Term Structure Models," Handbook of Financial Econometrics, Vol 1. p691-p766.

7. 市川・飯星(2011)「マクロファイナンスモデルによる景気一致指数の予測」『日本統計学会誌』