

講義ノート

伊藤幹夫

平成11年 6月 16日

Chapter 3

新古典派の成長理論

前章のハロッド＝ドーマーの理論の説明の最後に、現実の成長率と自然成長率・保証成長率の三者が一致するという、均衡成長の条件が満たされる可能性は偶然しかない、と書いた。それは、ハロッドの理論において資本係数、人口成長率、貯蓄率、労働生産性の成長率が固定的だと仮定されているためである。よって、これらの間になんらかの関係が成立していれば、均衡成長の条件が満たされるかもしれない。ソローやトービンによって考えられた新古典派の成長理論は、資本係数の固定性についての仮定をとりはずして、条件が成立しないときは、価格機構を通じて資本係数が均衡成長の条件を満たすように変化するという状況を考える。

3.1 新古典派成長理論の概要

まず、均衡成長の条件を復習すると

$$\frac{s}{C_r} = \alpha + n$$

ということになる。ここで、望ましい資本係数 C_r が現実の資本係数 C に等しいとは限らない、よって保証成長率が現実の成長率と必ずしも一致しないというのがハロッドの考えた状況である。しかし、前節の補論で述べたように、保証成長率と現実の成長率は、財市場での超過需要の乖離スピードがそれほどはやくなければ、長期的には一致する。つまり、現実の資本係数は望ましい資本係数に長期的には一致すると考えてもよい場合がある。以下、そういう状況を考える。問題は、自然成長率と現実の成長率（ここでは保証成長率に等しい）との一致する可能性である。よって、以下では現実の資本係数 C と望ましい資本係数 C_r を区別せずに v と記すことにする。

今、

$$\frac{s}{v} < \alpha + n$$

であるとすると、これは、現実の成長率が自然成長率よりも低いことを意味する。つまり、効率労働が資本を上回る成長率で増大している。このとき新古典派理論では、次のような

シナリオで(望ましい)資本係数が低下すると考える。まず、労働供給が資本に比べて相対的に過剰になる。このとき資本財市場と労働市場において価格伸縮性が保証されるなら、労働の価格である賃金率が資本用役の価格に等しいと考えられる利子率に比べて相対的に低くなるように変化する。すると、企業は安くなった生産要素(ここでは労働)をより多く使用しようと生産方法を変更する。つまり、産出1単位あたりの資本は小さくなる。このことは、資本係数が小さくなったことを意味する。この方向の変化は、上の式の左辺が右辺に等しくなるまで続く。

逆に

$$\frac{s}{v} > \alpha + n$$

が成立するときには、先のケースとは逆に資本が相対的に過剰になり、資本用役価格と等しくなる利子率が低下し、資本をより多く使用するように要素代替が進む。この結果、資本係数が大きくなるように変化し、左辺は小さくなり最終的に等号が成立する。

以上見たように、新古典派理論は資本係数が価格機構を通じて、均衡成長の条件を満たすように変化すると考える。これは、価格機構について高い信頼を置く理論といえることができる。言葉を換えると、価格機構が正しく機能する限り、資本と労働の完全雇用が保証されるとする楽観的な理論である。

次の節では、この新古典派理論をもう少し厳密に定式化してみよう。貯蓄行動などは前章と同じものを考える。

3.2 新古典派成長理論：ソロウのモデル

まず、以下のような生産関数を考える。

$$Y = F(K, AL) \tag{3.1}$$

ここで、 Y は産出量、 K は資本ストック、 L は労働投入(被雇用者数)とする、 A は労働生産性の水準を表わす。 AL は効率労働とよばれる。次の仮定を置く。

仮定 1 $\forall \lambda > 0: F(\lambda K, \lambda AL) = \lambda F(K, AL)$

この仮定を満たす F を一次同次という。経済学的には規模に関する収穫が不変であることを意味する。具体的には、次のような生産関数がある例である。

$$F(K, AL) = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1$$

$$F(K, AL) = \min\left(\frac{K}{a}, \frac{AL}{b}\right), \quad a > 0, b > 0$$

前者はコブ=ダグラス型、後者はレオンチェフ型とよばれる。特に、後者は固定係数型生産関数ともよばれ、ハロッドモデルが想定している生産技術を表現している。

さて、生産財の価格で測った利潤 Π は、利潤率を r 、賃金率を w とするとき、

$$\Pi = F(K, AL) - rK - wL$$

であるから、これを最大化するような生産を行なうとき、

$$r = \frac{\partial F}{\partial K} \quad (3.2)$$

$$w = \frac{\partial F}{\partial(AL)} A \quad (3.3)$$

が成立する。¹

注意 1 なお、微分可能な一次同次の生産関数については、オイラーの定理によって、

$$F(K, AL) = \frac{\partial F}{\partial K} K + \frac{\partial F}{\partial(AL)} AL$$

という関係が成立する。よって、(3.2)と(3.3)から

$$Y = rK + wL$$

となり、生産物が利潤 rK と賃金 wL に完全に分配しつくされることがわかる。

3.2.1 均衡成長経路の存在

さて、資本が完全に利用されるという意味の保証成長率は、 $\frac{\Delta K}{K}$ であるが、これを上のモデルで示すと。²

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{sY}{K} = \frac{sF(K, AL)}{K} = \frac{sAL F\left(\frac{K}{AL}, 1\right)}{K}$$

なお、最初の等式は貯蓄と投資の均等を表わし、二番目の等式は生産関数の代入、三番目の等式は一次同次の仮定による。

ここで、効率労働(AL) 1単位あたりの資本を k とおく。つまり、

$$k = \frac{K}{AL}$$

とおき、 $F(k, 1)$ を $f(k)$ と記すことにすると、保証成長率は、

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{sf(k)}{k}$$

¹第2式の導出において、

$$0 = \frac{\partial \Pi}{\partial L} = \frac{\partial F}{\partial(AL)} \frac{\partial(AL)}{\partial L} - w$$

のように合成関数の微分則が使われていることに注意せよ。

²以下で記号 Δ は時間に関する微分もしくは差分を意味する記号として考えよ。実際にはこれ以降の議論で微分であるか差分であるかは、議論の本質には何の関係も無いので気にかける必要はない。

と表わされる。

一方、自然成長率は効率労働の成長に他ならないので、

$$\frac{\Delta(AL)}{AL} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta L}{L} = \alpha + n$$

であった。

よって、新古典派のモデルでは、保証成長率と自然成長率の均等の条件は、

$$\frac{sf(k)}{k} = n + \alpha$$

と書かれる。図式的に理解するには、 k のグラフとしての $sf(k)$ と $(n + \alpha)k$ が交わることである。交わるときの k を以下において k^* と書いたりする。

以下では、このふたつのグラフが交わるための条件を考える。限界生産力がそれぞれの要素について逓減するとき、効率労働単位の資本の限界生産力も逓減する。つまり、 $f'(k)$ は k の減少関数である。形式的には $f''(k) < 0$ である。ただし、限界生産力自体は常に正である。

さて、 k がごく0に近いとき、効率労働単位の資本の限界生産力が非常に大きく、 k が非常に大きいとき0に近い小さな値をとると仮定すればよいことがわかる。

演習 4 先に上げた生産関数の例に即して、均衡経路の存在を考察せよ。特に、レオンチェフ型の生産関数で均衡経路の存在が証明できるかを考え、ハロッドの均衡経路の「非存在定理」と矛盾しないかを検討せよ。

この小節の最後に、均衡成長経路でなにが起こっているかを簡単にみる。均衡成長経路では、産出量と資本ストックと効率労働の三者が同一の成長率 $n + \alpha$ で成長する。よって、

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta K}{K} = \frac{\Delta(AL)}{AL} = n + \alpha$$

よって、一人あたりの所得は

$$\frac{\Delta\left(\frac{Y}{L}\right)}{\frac{Y}{L}} = \frac{\Delta Y}{Y} - \frac{\Delta L}{L} = \alpha$$

となり、労働生産性の成長率で増加することがわかる。

3.2.2 均衡成長経路の安定性

さて今度は、均衡成長が安定かどうかを、均衡成長をもたらす効率労働単位の資本水準からの乖離が起こったとき、再びその水準に戻るかどうかということで、考えてみる。

まず、次のことに注目する。

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta K}{K} - \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta A}{A} = \frac{sf(k)}{k} - (n + \alpha)$$

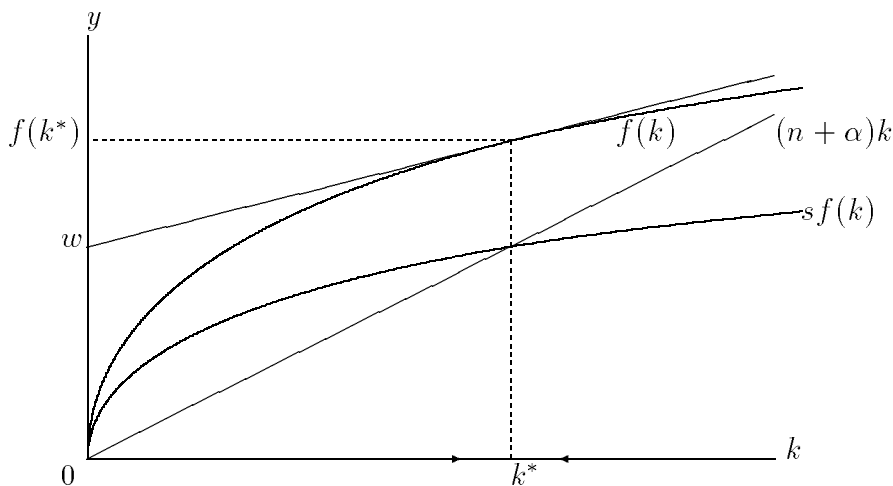


図 3.1: 新古典派成長モデル(貯蓄率一定)

この両辺に k をかけて、

$$\Delta k = sf(k) - (n + \alpha)k \quad (3.4)$$

である。

いま、均衡が存在するための条件、つまり「さて、 k がごく 0 に近いとき、効率労働単位の資本の限界生産力が非常に大きく、 k が非常に大きいとき 0 に近い小さな値をとる」という条件が成立するとき、均衡 k^* よりも k が大きい水準にあるとき、上の方程式 (3.4) の右辺は負となり、均衡 k^* よりも k が小さい水準にあるとき、上の方程式 (3.4) の右辺は正となる。このことは、 k^* よりも k が大きいとき、 k は減少し、 k^* よりも k が小さいとき、 k は増加することを意味する。どちらの場合でも、 k が k^* に一致するとき、 k の動きは止まる。

以上のことは、 k^* が安定的であることを意味している。

演習 5 レオンチェフ型の生産関数を考える場合にも、均衡経路の安定性が示せるが、このことはハロッドの「不安定性原理」と矛盾しないかを考えよ。

以上は、新古典派成長モデルのプロトタイプともいえるべきものである。新古典派成長理論はさまざまな拡張、変形を持つ。3.4 節で簡単に触れる。

3.3 新古典派モデルの含意

さて、新古典派成長モデルは、いくつかの経済的含意を持つ。これを列挙しておこう。

- 新古典派成長モデルはハロッド = ドーマー条件を満たす成長を均衡とする。その状態では、産出と資本は一定成長率で増加する。
- よって、均衡での資本産出比率は一定である。
- また均衡では、資本装備率も時間を通じて一定である。

- 均衡成長での利潤率は一定である。
- その均衡は、そこから乖離しても復帰する傾向がある。
- 一人あたりの所得は労働生産性の成長率に等しい成長率で増加する。

これらは、次のカルドアの定型化された事実に合致する。³

- 国民所得も一人あたり国民所得も時間を通じてほぼ一定の成長率で増加している。
- 資本ストックも時間を通じてほぼ一定の成長率で増加しており、その成長率は労働投入の成長率を上回るが、一人あたり資本ストックは時間を通じてほぼ一定の成長率で増加している。
- 実質産出量と資本ストックの成長率はほぼ同一の値になる傾向があり、資本産出比率はなんら趨勢的な傾向を示していない。
- 利潤率は時間を通じてほぼ一定である。
- 一人あたりの産出量の成長率は国により大幅に異なる。

カルドアの定型化された事実は、現実を経済成長を観察した上での事実の列挙であるが、これの多くに、新古典派モデルの含意が合致している。

3.4 古典派的貯蓄関数の場合

リカード以来経済学には、資本家・労働者の二階級を想定し、前者は所得のすべてを資本蓄積のための貯蓄にまわし、後者は生きざりぎりの賃金水準に直面しているため、貯蓄は常にゼロであると仮定することがある。こうした貯蓄に関する仮設を古典派的貯蓄関数とよぶ。以下では、古典派的貯蓄関数のもとでの均衡経路の条件を求める。

今度の場合、貯蓄が平均貯蓄性向 s によって sY と書かれず、利潤所得に等しいことに注意して、議論を進める。まず、前節にならって、効率労働単位の資本を k と書くことにすると、

$$f'(k) = \frac{\partial F\left(\frac{K}{AL}, 1\right)}{\partial \left(\frac{K}{AL}\right)} = \frac{\partial F}{\partial K}$$

である。

演習 6 上の等式を確認せよ。

このこととオイラーの定理から、

³Kaldor, N. "Capital Accumulation and Economic Growth", ch.10 in *The Theory of Capital*, F. A. Lutz and D. C. Hudge(eds), 1961, New York, St. Martin's Press

$$f(k) - kf'(k) = \frac{\partial F}{\partial(AL)}$$

が成立する。

さて、効率労働の定義から所得総額は $ALf(k)$ であり、このうち賃金所得は wL であるから、利潤所得 Π は

$$\begin{aligned}\Pi &= ALf(k) - wL \\ &= AL \left(f(k) - \frac{w}{A} \right) \\ &= AL (f(k) - (f(k) - kf'(k))) \\ &= ALkf'(k)\end{aligned}$$

となる。よって、保証成長率は

$$\begin{aligned}\frac{\Delta K}{K} &= \frac{I}{K} \\ &= \frac{S}{K} \\ &= \frac{\Pi}{K} \\ &= \frac{ALkf'(k)}{K} \\ &= f'(k)\end{aligned}$$

であり、均衡経路の条件は

$$f'(k) = n + \alpha$$

この条件は、後に触れる一人あたりの所得を最大にする、黄金律とよばれる均衡成長経路の条件に等しい。このことは古典派的な枠組みでは一人あたりの所得が均衡経路上で自動的に最大化されることを保証する。

最後に、前節のような比例的貯蓄関数を考えた新古典派モデルと古典派的貯蓄関数を考えた新古典派モデルの質的相違について考えてみよう。資本産出比率 K/Y は効率労働一単位あたりの資本 k と効率労働いち単位あたりの産出量 $y = Y/AL$ の比 k/y でもあるから、比例的貯蓄関数の仮定のもとでは、均衡経路上での資本産出比率は生産関数の形状に依存しないが利潤率が生産関数の形状に依存することがわかる。一方、古典派的貯蓄関数の場合は、これとは逆にこの節で得た均衡成長の条件から明らかなように、利潤率が人口成長率と生産性の成長率から決まってしまう、生産関数の形状しないが、資本産出比率のほうが生産関数の形状に依存する。

演習 7 所得分配について、比例的貯蓄関数と古典派的貯蓄関数のそれぞれ場合、どんな原理でなされているか考察せよ。

3.5 貨幣が存在する新古典派成長モデル

トービンは、貨幣を含むような設定のもとで成長経済のモデルを考えた。以下でそれを簡単にまとめてみよう。3.2節の仮定はすべてここでも踏襲する。それに加えて、貨幣需要と貨幣供給、物価水準を考慮する。具体的には

$$\frac{\dot{M}}{p} = \mathcal{L}(r + \pi^e)Y \quad (3.5)$$

$$\dot{M} = \theta M \quad (3.6)$$

$$\pi = \frac{\dot{p}}{p} \quad (3.7)$$

$$\dot{\pi}^e = \delta(\pi - \pi^e) \quad (3.8)$$

という方程式を導入する。ここで、 M は名目貨幣残高、 p は物価水準、 π は物価上昇率、上付き添字 e は期待変数であることを示す。また、資本の限界生産力 $f'(k)$ に等しい利潤率 r は適当な金融メカニズムを通じて利率に等しいと考える。

上で、実質貨幣需要は名目利率 $r + \pi^e$ と産出に依存すること、名目貨幣供給は一定率で増加することを仮定している。ここでの貨幣は政府の家計に対する移転支出と解釈することができる。また、期待物価上昇率は適応期待仮説に従って形成されると仮定した。以上のように考えると家計の実質可処分所得は Y ではなく

$$Y + \left(\frac{\dot{M}}{p}\right)^e$$

と考えられる。よって、企業の勘定

$$Y = \dot{K} + C$$

と家計の勘定

$$C + S = Y + \left(\frac{\dot{M}}{p}\right)^e$$

から蓄積勘定

$$\dot{K} + \left(\frac{\dot{M}}{p}\right)^e = S$$

を得る。いま、貯蓄は平均貯蓄性向に可処分所得を掛けたものだと考えると

$$\dot{K} = s \left(Y + \left(\frac{\dot{M}}{p}\right)^e \right) - \left(\frac{\dot{M}}{p}\right)^e$$

を得る。

ここで、効率労働単位の実質貨幣残高を

$$m = \frac{M}{pAL}$$

と記すことにする。

以上の設定の下で k と π^e のふたつの動学方程式と一つの静学方程式を求める。

$$\dot{k} = sf(k) - (1-s)(\theta - \pi^e)m - (\alpha + n)k \quad (3.9)$$

$$\dot{\pi}^e = \delta \left((\theta - \alpha - n) - \pi^e - \frac{\dot{m}}{m} \right) \quad (3.10)$$

$$m = \mathcal{L}(f'(k) + \pi^e)f(k) \quad (3.11)$$

演習 8 上の方程式体系を導出せよ。

3.5.1 トービンモデルの均衡経路の存在

均衡成長経路は、上の体系では $\dot{k} = \dot{\pi}^e = 0$ である点として、特徴づけられる。なお、 $\dot{\pi}^e = 0$ と (3.11) から $\dot{m} = 0$ が得られる。

均衡経路では、

$$sf(k) - (\alpha + n)k = (1-s)(\theta - \pi^e)\mathcal{L}(f'(k) + \pi^e)f(k) \quad (3.12)$$

$$\pi^e = \theta - \alpha - n \quad (3.13)$$

が成立する。ここで、(3.13) を (3.12) に代入して、

$$sf(k) - (\alpha + n)k = (1-s)(\alpha + n)\mathcal{L}(f'(k) + (\theta - \alpha - n))f(k) \quad (3.14)$$

を得る。これを満たす k の存在と均衡成長経路の存在が同値である。左辺と右辺をそれぞれ k の関数とみて、グラフを描き図のように均衡の存在を調べることができる。

3.5.2 トービンモデルの均衡経路の性質

均衡経路上では期待物価上昇率と現実の物価上昇率は一致し、かつソロウのモデル同様産出量と資本ストック、効率労働は同じ成長率で増加する。また利潤率も時間を通じて不変である。当然、所得分配についても時間を通じて不変になる。

なお、均衡経路に対応する効率労働一単位あたりの資本ストック k^* は貨幣供給に関する政策パラメータ θ に依存する。

均衡経路の安定性についてもソロウモデルと同様の分析が可能である。

演習 9 トービンモデルの安定性を考察せよ。特に期待物価上昇率の形成に関するパラメータ θ の値に注目して、安定性が常に成立するかどうか慎重に検討せよ。

注意 2 トービンは、金融政策が成長経路に影響を与える可能性を示した。しかし、貯蓄率が固定的という仮定は、金融政策を考慮するときに適切でない。なぜなら、金融政策その他によって金利（実質）が動く可能性があるとき、家計の貯蓄行動に何の変化もないと仮定していることになるからである。

補論：不安定性原理ふたたび

これまで、ハロッド＝ドーマーの理論を説明したときには、資本主義経済は不安定なものだという結論が得られた。それは、均衡成長経路の存在が「ありそうもない」こと、仮に存在したとしても、それが「安定的」でないことに依拠している。それに対して新古典派成長理論を説明したこの章では、均衡成長経路は安定だという結論が得られた。これらの結論は矛盾するのだろうか。

両者の論証を検討すると、ハロッドが均衡成長経路の存在を否定する根拠は、基本的なパラメーター固定的であり、しかも本来それらが互いに独立であるというところにある。つまり、ハロッドは均衡成長経路は、「現実的」ではないと言っているのである。それに対して、新古典派における存在証明は、生産関数のかなり幅広いクラスについて均衡成長経路が存在すると主張するところにポイントがある。その背後に、資本係数が効率労働単位の資本に関して可変的であるという仮定があることに注意すべきである。これは、ハロッドのパラメーターの固定性の仮定の緩和にほかならない。よって、新古典派理論において均衡成長経路の存在が「大いにありうる」というのは、至極当然の結論である。

次に、安定性の問題を考えてみよう。前章で触れたように、ハロッドの不安定性の証明は、現実の成長率が固定的である保証成長率から乖離したとき、そこに復帰しないという論法によっている。そのとき、その背後で生産者の投資関数あるいは、財市場の超過需要の清算について特殊な仮定を置いていることに注意すべきである。さらに注意すべきは、現実の成長率と保証成長率が一致したとしても、物理的な遊休資本の存在は許容されることである。また、保証成長率と自然成長率の間あるいは、現実の成長率と自然成長率の間の時間を通じての関係について、ハロッドは特に深くふれていない。ただし、資本係数の固定性を前提とすれば、保証成長率と現実の成長率が常に一致していても、自然成長率に等しくなるように現実の成長率が「調整される」可能性がないのは確かである。

一方、新古典派では現実の成長率と可変である保証成長率がつねに一致しているとした上で、それらふたつと自然成長率の間の長期的安定性を論じている。これらの違いを押さえておくことは重要である。

なお、ハロッドの成長モデルにおける生産技術を、前述の \min 型の固定係数モデルにほかならないと考えてしまうと、この章の論証はすべて当てはまってしまう。その場合、物理的に遊休資本が生じてしまう。しかし、新古典派の投資関数（それが投資関数とよべるなら）が、

$$I = \Delta K = sf(k)AL$$

であることを認めてしまうなら、その点はすでに触れたように、大した問題ではない。企業は物理的な遊休資本を自発的に選択していると解釈されるからである。このように考えると、両者の違いは、生産者の投資関数をどう考えるかの違いにあるとまとめることができる。

注意 3 最後の図に登場する利潤線の π は利潤率を表わす。 k^* で生産が行われるときに、利潤率 π と賃金率 w の決定は不確定であることに注意しよう。これは生産要素としての資本用役と労働用役の間に代替性がないからである。

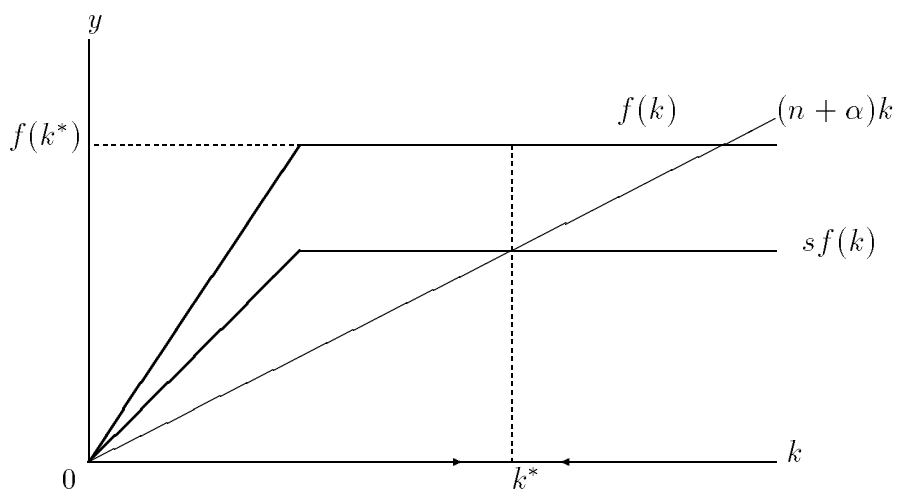


図 3.2: 新古典派成長モデル (固定係数) 遊休設備がある場合

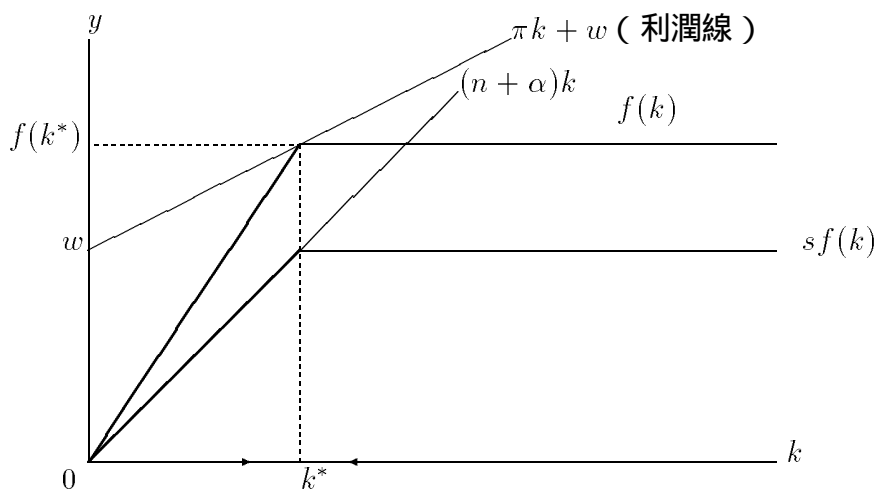


図 3.3: 新古典派成長モデル (固定係数) 遊休設備がない場合