

Chapter 1

数式処理 - Mathematica を用いて

1.1 Mathematica とは

Mathematica とは、Wolfram Research, Inc. が開発した、最も現代的な数学統合環境ソフトウェアです (Ver 3.0 が最新)。現在、Windows、Macintosh、Linux 他多くのプラットフォームで使用可能です。Mathematica では様々な機能を提供してくれますが、ここではとりあえず最低限必要な機能のみ説明していきます。その他の機能については市販の参考書や WWW 上の資料を参考にしてください。

1.2 使用方法

1.2.1 基本項目

四則演算

Mathematica の四則演算は、基本的に市場に出回っている一般的ソフトと同じようにできます。

足し算	引き算	割り算	掛け算	べき乗	階乗
$3+2$	$3-2$	$3/2$	3^*2 $3\ 2$	3^2	$3!$

掛け算だけは、アスタリスク (*) の代わりにスペース (空白) を用いることができます。裏を返せば、数式に不用意なスペースを入れると掛け算と取られるので注意が必要です。xy と x y では意味が違ってきます。優先順位をつけるときは小括弧 () で囲みます。

組み込み関数、定数

Mathematica では、sin や π などの関数や定数について、予め決められてた書式で記入する必要があります。これら全ては大文字から始まります。

$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\tan(x)$	\sqrt{x}	$\log x$	e^x	π	e	i
Sin[x]	Cos[x]	Tan[x]	Sqrt[x]	Log[x]	Exp[x]	Pi	E	I

なお三角関数はラジアンで計算します。

記号、数値計算

Mathematica の優れた点は、数値は数値、記号は記号そのままに計算できるところにあります。つまり、分数 $\frac{12}{24}$ を計算してみると、 $\frac{1}{2}$ という答えを返します。また、 $\frac{(a+c)b}{b^b}$ の答えは $b^{1-b}(a+c)$ と返します。ここで先ほどの $\text{Sin}[x]$ を使ってみると、 $\text{Sin}[30]$ のままだと $\text{Sin}[30]$ を返します。これを数値化するには $\text{N}[x]$ を使います。 $\text{N}[\text{Sin}[30]]$ は -0.988032 となります。

1.2.2 微分、積分、方程式の解

方程式

例えば $y = x^3 - 4x^2 + 3$ という式があるとき、Mathematica では次のように記入します。

```
y=x^3-4 x^2+3
```

こうすると、 y に $x^3 - 4x^2 + 3$ が代入されます。

微積分

Mathematica では、記号を用いた方程式を直接微積分することができます。例えば、上記の式を微積分してみます。

微分 : $D[y,x]$ (つまり $D[x^3-4 x^2+3,x]$)

積分 : $\text{Integrate}[y,x]$ (つまり $\text{Integrate}[x^3-4 x^2+3,x]$)

するとそれぞれ $3x^2 - 8x$ 、 $3x - \frac{4x^3}{3} + \frac{x^4}{4}$ を返します。

方程式の解

上記の $y = x^3 - 4x^2 + 3$ で $y = 0$ となる x を求めてみます。 $\text{Solve}[y=0,x]$ を使います。

```
Solve[y==0,x]
```

注意することは、 $y==0$ とイコールが 2 つ必要なことです。1 つだけでは代入になってしまいます。これにより、以下の 3 解を得ることができます。

$$x \rightarrow 1, x \rightarrow \frac{3-\sqrt{21}}{2}, x \rightarrow \frac{3+\sqrt{21}}{2}$$

連立方程式を解きたいときは、 $\{ \}$ を用いて複数の式を用いることができます。以下の式を (p,q,r) について解いてみます。

$$3q + 4r + 5s = 0$$

$$p - 2r - s = 0$$

$$4p + q + 2s = 0$$

それぞれの式を上から x_1 、 x_2 、 x_3 と置いてみます。それからこれら 3 つを使い式を解きます。

$$x_1=3q+4r+5s$$

$$x_2=p-2r-s$$

$$x_3=4p+q+2s$$

```
Solve[{x1==0,x2==0,x3==0},{p,q,r}]
```

こうして (p,q,r) について $p \rightarrow \frac{-3s}{10}$, $q \rightarrow \frac{-4s}{5}$, $r \rightarrow \frac{-13s}{20}$ を得ます。

1.2.3 その他の機能

変数初期化

一度使った変数の値を初期化するとき、始めに次の一行を加えます。

```
Remove["Global`@*"]
```

関数定義

例えば、 x についての関数を作りたいとします。そのときには以下のようにします。

```
kansu[x_]:=x^2+5 x-6
```

まず自作関数に適当な名前をつけ (上の例では kansu[])、ブラケット内に変数を書きます。このとき、変数の後ろにアンダーバー (_) をつけます。最後に := で式を結びます。これで x についての関数ができました。例えば $x=3$ のときは kansu[3] と書くことで答えを出せます。有名な例では、フィボナッチ数列なども簡単に作れます。

```
f[0] = f[1] = 1;  
f[n_] := f[n-1] + f[n-2];
```

行列

行列を扱うときは、要素を {} で囲んでいきます。以下のようなものを作ってみます。

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Mathematica では次のように記述します。

```
a={{4,1},{2,3}}
```

また行列の計算について、四則演算は数学の普通の記述通りで大丈夫です。その他特殊なものの一部は以下の通りです。

内積	行列式	逆行列	転置行列
a.a	Det[a]	Inverse[a]	Transpose[a]

式の展開、単純化、因数分解

式を通分したり約分するときには、Simplify[x] を使います。また式を展開したいときには Expand[x]、逆に因数分解したいときは Factor[x] を使います。具体的には自分自身で試してください。

1.3 最後に

Mathematica は学生にとっては高価な買い物 (学割版でも 24,000 円) で、実際に利用する場所は一部例外を除いて学校以外ないと思います。したがって、このソフトウェアが持つ様々な機能の習得は、各自の自助努力にお任せします。