

第1章 経済数学入門 Iをはじめるにあたって

経済数学入門で扱う数学について簡単に説明しておく。経済数学という数学の分野があるわけではない。これは、経済学で使う数学というくらいの意味しかない。

1.1 経済学で使われる数学の分類

経済学で使われる数学を3つくらいに分類すると以下のようになる。

1. 解析学
2. 線形代数
3. 確率論・統計学

確率論は解析学の一部だという人もいるだろうが、解析学 微分積分という経済学レベルの感覚からすると、別なものと考えたほうが都合がよい。

解析学は、経済理論に関連するほぼすべての場面に登場する。線型代数は、経済理論に加えて、計量分析の回帰分析の周辺に登場する。確率論・統計学は、計量分析一般に加えて、不確実性を扱う経済理論に登場する。もちろん、多変数関数の解析を行なうときに、線型代数を用いると非常に便利ということがあったりして、それが完全に独立しているというわけではない。

1.2 前期の主題：解析学について

前期は、主に解析学を取り上げる。解析学とは何だろうか。解析学 微分積分というのが、経済学部での感覚なのだけれども、数学の世界では、代数とならぶ大きな分野を形成するので、微分積分という狭い範疇には収まりきらない。以前、数学の戸瀬信之(大)先生に「解析学の目的って何でしょう？ 関数の性質を調べること？」と訊ねたら、「解析学は、数学の主要分野としてダイナミックに発展してきたし、そんな簡単にまとめるることはできない」と一蹴された。

ちなみに理工系で使う解析学の中級レベルの教科書を見ると、大体以下のような感じで内容が並んでいる。

1. 数学の基礎（集合・論理）の確認
2. 実数の性質
3. 数列・級数の性質
4. 関数の連続性（極限など）
5. 微分（1変数・多変数）
6. 積分（リーマン積分・ルベーグ積分）
7. 関数の列と級数・関数空間

数学史的には、最後に挙げた関数解析を除くと、積分に関連したアルキメデス他の面積や体積の測定の研究から、フェルマーらによるさまざまな級数の議論の発展を含みながら、ニュートンやライプニッツによる微分の発見・微分積分との関係、オイラー・テイラーからフーリエにいたる級数展開による関数の解析、19世紀数学者による連続性の再検討、実数の性質の再検討、複素関数論の整備、カントールによる集合論、フレーゲ・ラッセル・ゲーデルらの数学基礎論の展開のように、教科書の配列のほぼ反対向きに、内容が整備されてきたとも言える（受け売りだが）

1.3 解析学を学ぶポイント

誤解を恐れずに言うと，数学の言葉で定式化できる対象（数や関数）を，極限操作，収束判定を用いて調べるのが解析学である。

例えば，微分を用いて，ある独立変数の値の近傍での，関数値の変化を調べるといったのはその典型である。積分にしても，その成り立ちは，小さなものを細かく積み重ねる操作の極限として定義される。大昔のアルキメデスなどは，円の面積を，円に内接する正多角形の面積と，外接する正多角形の面積の間にあるものとして不等式で評価する一方，多角形を細かいものにすることで，求める円の面積の近似を高めていったといわれる。こうした近似操作の極限として，求めるもの（円の面積）を考えるのは，解析学に共通した態度といえる。

いうなれば，極限操作の中で，不等式の視点から数学的な対象としての数や関数を理解するのが解析学であるというキャッチコピーを頭にいれておくと「何でまた，数列の収束を勉強するんだろう？」「級数，級数って，何の役に立つんだ？」「微分なんてしなくても，コンピュータで図を描いたり計算すれば，関数の挙動なんて分かってしまうんじゃないの？」という，経済学部生にありがちな疑問も少しばかりこむのではないだろうか。

ちなみに，代数では，決められた演算規則の下での，等式を用いて数学的な対象を理解するというキャッチコピーなんかいいかも（蛇足だ…）