

ファイナンス数学II

秋学期末試験問題(2004年度)

伊藤幹夫

すべて持ち込み可

学期中の講義に基づいて、以下の各問に答えよ。

1 ヨーロピアン・プットに関する不等式

原資産価格を $S(t)$ ，行使価格を K ，満期時点を T とするヨーロピアン・プットの価格 $P(t)$ に関して次の不等式が成立することを，授業でのヨーロピアン・コールに関する同様の不等式についての証明にならって，示せ。ただし，時間は連続であるとして，無リスク(純)利子率を r とおく。

$$P(t) \geq \max\{Ke^{-r(T-t)} - S(t), 0\}$$

2 安全資産がない場合のヨーロピアン・コール価格

今，2種類の株式があり，現時点で株価は S_1, S_2 であるとする。将来時点において，2つの状態が考えられて，好況時には株価はそれぞれ u_1S_1, u_2S_2 ，不況時には d_1S_1, d_2S_2 になると考えられる。このとき

1. 無裁定であるための必要かつ十分条件を示せ。
2. 無リスク(粗)利子率とリスク中立確率を求めよ。
3. 第1株式に関する行使価格 K のヨーロピアン・コールの価格をもとめよ。

3 ランダム・ウォーク

ランダム・ウォークは独立で定常な増分をもつことを定義に立ちかえて示せ。

4 パスカルの3角形

授業で2項モデルをやったときに登場した，パスカルのさん3角形の主張！自然数 n と $\ell \leq n$ を考えると，

$$\binom{n}{\ell} + \binom{n}{\ell+1} = \binom{n+1}{\ell+1}$$

が成立する。」を示せ。

5 標準ブラウン運動の基本性質

$0 \leq s < t$ とする . このとき , 標準ブラウン運動 $B(t)$ に関して

1. $E[B(s)] = 0$
2. $Var[B(s)] = s$
3. $E[B(t) - B(s)] = 0$
4. $E[(B(t) - B(s))^2] = t - s$

が成立することを示せ .