

ファイナンス数学I

春学期末試験問題(2004年度)

伊藤幹夫

すべて持ち込み可

学期中の講義に基づいて、以下の各問から2問を選択して解答せよ。

1 金利計算1

100万円を2年間貸しつけることを考える。以下の2つの契約の粗収益率をそれぞれ求めよ。(電卓を使ってもよい。)

契約A 1年後に利子5万円を、2年後に利子プラス元本105万円を受け取る。

契約B 1年後に利子10万円を、2年後に元本100万円を受け取る。

2 金利計算2

第0年から第 $T-1$ 年まで、毎年1万円受け取る主体が、年利 r で複利運用したとき T 年において元利合計はいくらになっているか。(等比級数の公式)

3 金利計算3

第0期から第 T 期まで、1単位の資金を連続的に受け取る主体が、一定の利子率 r で複利運用を続けたときの T 期における最終価値が

$$\frac{e^{rT} - 1}{r}$$

であることを示しなさい。(指数関数の積分)

4 有効フロンティアの導出

収益率の期待値ベクトルと共分散行列

$${}^t\mu = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix},$$

であるとき、安全資産がない場合の標準偏差・期待値平面における有効ポートフォリオ・フロンティアの方程式を求めよ。

5 裁定機会の非存在

$${}^t\mathbf{q} = (100 \ 100)$$

を2種類の証券の価格ベクトル,

$$D = \begin{pmatrix} 130 & 120 \\ 80 & 70 \end{pmatrix}$$

を配当ベクトルとするとき, 裁定はあるか. (D は授業の場合と同じく行方向が状態の種類, 列方向が証券の種類を表わす.)

また \mathbf{q} は上と同一で

$$D = \begin{pmatrix} 130 & 120 \\ p & 70 \end{pmatrix}$$

とするとき, 無裁定となる p の値の範囲を確定せよ.