

Barro(1974) 論文について

伊藤 幹夫

平成 13 年 10 月 24 日

1 序

Barro は、国債が純資産であると認識されるかどうかを問題とする。これは、純資産とみなされることが財政政策の有効性に大きく関係するからだとしている。

これまででも、将来国債償還の資金調達を目的とする課税があることがわかっているなら純資産ではないかもしれないことは指摘されていた。しかし、主体が有限期間しか生存しない場合、「相殺」は不完全で、資産効果があると考えられてきた。

Barro は世代交代モデルを用いて、有限期間生存の主体を考えた場合でも、実効的な世代間移転があるなら、資産効果がないことを示そうとする (I 節)。また資本市場の不完全性を導入した場合の国債の資産効果も議論する (II 節)。III 節では政府が、「流動性サービス」を行ない、民間と完全に競合するとき資産効果がないことを示す。IV 節では政府負債のリスクを考慮する。なお、各節のモデルは、形式的なつながりが薄く、それぞれ独立した理論であると、とりあえず考えたほうがよい。

2 世代交代モデル

2.1 モデルの設定

今となっては普通の世代の交代モデルである。主体は 2 期生存し、変数の下つき添字は世代番号を、上つき添字 (y か o) は young か old を表す。 w は将来一定の賃金, K は資本 (equity capital), A は資産, c は消費, r は資産の収益率 (期待は静学的) を表す。 i 世代は $i+1$ 世代に遺産 A_i^o を残す。

世代 1 は、モデル内で働かない唯一の世代 (初めから老人だから) で、その予算制約は

$$A_1^y + A_0^o = c_1^o + (1-r)A_1^o \quad (1)$$

世代 2(世代 $i \geq 2$ も同様) の young 時、old 時の予算制約は

$$w = c_2^y + (1-r)A_2^y \quad (2)$$

$$A_2^y + A_1^o = c_2^o + (1-r)A_2^o \quad (3)$$

Barro は Becker(1974) に従い次のような効用関数を考える。

$$U_i = U_i(c_i^y, c_i^o, U_{i+1}^*) \quad (4)$$

U_{i+1}^* は、賦存量と価格を所与としたときの $i+1$ 世代の最大効用である。これにより、正の遺産が正当化される。

世代1は(1)-(4)と $(c_i^y, c_i^o, A_i^o) \geq 0$ の制約の下で U_1 を最大にするように配分を決める。解は以下のような形をしているはず。

$$\begin{aligned} c_1^o &= c_1^o(A_1^y + A_0^o, w, r) \\ A_1^o &= \frac{1}{1-r}(A_1^y + A_0^o - c_1^o) = A_1^o(A_1^y + A_0^o, w, r) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} c_2^y &= c_2^y(A_1^o, w, r) \\ A_2^y &= \frac{1}{1-r}(w - c_2^y) = A_2^y(A_1^o, w, r) \\ c_2^o &= c_2^o(A_2^y + A_1^o, w, r) \\ A_2^o &= \frac{1}{1-r}(A_2^y + A_1^o - c_2^o) = A_2^o(A_2^y + A_1^o, w, r) \end{aligned} \quad (6)$$

Barroは生産については収穫不変のものを考え、資本の需要と供給の一致を以下のように表してモデルを閉じる。

$$K(r, w) = A_1^o + A_2^y \quad (7)$$

収穫不変性から生産 y は次のように書ける。

$$y = rK + w \quad (8)$$

また資本蓄積方程式は以下ようになる。ただし、定常状態では $\Delta K = 0$ になると考えられる。

$$c_1^o + c_2^y + \Delta K = y \quad (9)$$

2.2 国債

主体は株式と国債 B を完全な代替物とみなす。国債は世代1に降ってくるものとし、売上は世代1に帰属する。世代1の予算制約は、

$$A_1^y + A_0^o + B = c_1^o + (1-r)A_1^o \quad (10)$$

世代2の young 時の予算制約は、

$$w = c_2^y + (1-r)A_2^y + rB \quad (11)$$

世代2の old 時の予算制約は、

$$A_2^y + A_1^o = c_2^o + (1-r)A_2^o + B$$

であり、上の第2式に $1-r$ をかけたものを第1式に足して、2つを統合した予算制約が、

$$w + (1-r)A_1^o - B = c_2^y + (1-r)c_2^o + (1-r)^2 A_2^o \quad (12)$$

となり、世代2の達成可能な最大効用は、「純遺産」 $(1-r)A_1^o - B$ に依存する形で以下のように書かれる。

$$U_2^* = f_2^*[(1-r)A_1^o - B, w, r] \quad (13)$$

世代1の効用は(4),(10),(13)から、

$$U_1 = U_1(c_1^y, c_1^o, U_2^*) = f_1[(1-r)A_1^o - B; c_1^y, A_1^y + A_0^o, w, r]$$

という形をしていると考えることができる。 $c_1^y, A_1^y + A_0^o, w, r$ を所与とすると、 $A_1^o \geq 0$ の制約の下で、「純遺産」 $(1-r)A_1^o - B$ を決定するのが世代 1 であるとしてよい。そのとき最大効用をもたらす最大元 $(1-r)A_1^o - B$ は 1 つ決まってしまう。つまり、最適な純遺産は決まってしまうのが Barro の議論の根幹。結局 $A_1^o > 0$ であるとき、 B の変化は、 $(1-r)A_1^o - B$ を不変にするような A_1^o の変化しか引き起こさない。よって、世代 1,2 の配分を何も変えない、当然それ以降の世代の配分、効用水準も不変である。

r の変化を考慮してみる。国債導入後の資産市場の均衡条件は、

$$K(r, w) + B = A_1^o + A_2^y \quad (14)$$

である。 B が増えるとき、純遺産が不変にとどまる限り、(11) から (14) 式の両辺は同量変化するだけで、均衡利子率 r は不変であると Barro は主張する。財市場の均衡条件 (9) も不変にとどまる。端点解 $A_1^o = 0$ であるとき、 B の変化は、実物的変化を引き起こす。

注意 1 この点は、あまり注目されない点であるが、遺産に関する非負制約を考慮した場合、遺産増加の影価格は Barro が通常状態とみなす内点解においてゼロとなる。つまり遺産がゼロとせざるえないほど現世代が窮乏する場合には、国債発行による財政政策は実物的効果をもつことになると解釈することができる。

利子償還の資金調達を世代 2 の young 時になされ、再発行された分は世代 3 の young 時というように考える。

$$U_3^* = f_3^*[(1-r)A_2^o - B, w, r]$$

となり、世代 2 が国債元本をもちやペイオフしないから、(10) から予算制約式は、

$$w + (1-r)A_1^o - B = c_2^y + (1-r)c_2^o + (1-r)[(1-r)A_2^o - B]$$

と修正される。世代 2 の効用最大化行動を考え、内点解のみに議論を絞れば、

$$U_2^* = f_2^*[(1-r)A_1^o - B, w, r]$$

となり、(13) と一致する。結局、徴税時点にこれまでの議論は依存していないことがわかる。国債発行の利子償還と元本償還の資金調達の徴税を m 期間にまたがる世代に拡張しても、議論は同じになる。

2.3 社会保険への応用

世代 1 の old 時に給付 S が始まり、世代 2 の young 時に S の負担が課される問題を Barro はこれまでのモデルに応用する。lump-sum 型を考えると、国債の場合同様内点均衡を考える限り、社会保険料 S の変更は実物の配分に影響を与えない。

他の世代間移転の議論に関しても、結論は同様。

2.4 相続税

相続税率 τ を考えて、これまでの議論を修正する。(12) を修正すると

$$w + (1-r)(1-\tau)A_1^o + (1-r)\tau\bar{A}_1^o - B = c_2^y + (1-r)c_2^o + (1-r)^2 A_2^o$$

ここで、 \bar{A}_1^o は世代 1 の平均的な遺産。 $\tau \bar{A}_1^o$ は、主体には外生的とみなされる。結論的には、相続税の導入は、内点解になる可能性をせばめる点がポイント。それ以外、世代間移転が正で、数学的に正の大きさを持つならば、 B の変化の消費への影響はないと考えてよい。

2.5 国債発行費用・徴税費用

Barro は国債発行のコストを導入して、モデルの修正を図る。従量的コストとして $\gamma > 0$ を考える。前の節同様 (12) だけが修正が必要である。

$$w + (1 - r)A_1^o - (1 - \gamma)B = c_2^y + (1 - r)c_2^o + (1 - r)^2 A_2^o \quad (15)$$

$\gamma > 0$ のとき、負の資産効果が表れ、 c_1^o と U_2^* の減少がもたらされる。後者の効果をみるために (10) と (11) を統合してみる。

$$A_1^y + A_0^o - \gamma B + w = c_1^o + c_2^y + (1 - r)c_2^o + (1 - r)^2 A_2^o \quad (16)$$

B の上昇は機会集合の縮小をもたらすことに注意。

ただし、利子率 r への影響は不明である。財市場の均衡条件が

$$c_1^o + c_2^y + \Delta K + \gamma r B = y$$

と修正され、 B の変化時に $\gamma r B$ の変化と $c_1^o + c_2^y$ の増減の関係は不明であることがわかる。

3 不完全な資本市場

Barro は Mundell(1971) に従って、割引率の異なる主体が存在するとき、国債償還のための課税が歪んで、資本市場が不完全になるために資産効果が生ずるモデルを考える。前節で示したモデルとは、異なるモデルを考える。割引率は高低 2 種類 r_h と r_l とする。簡単化のために

$$r_h = (1 + \lambda)r_l$$

とする。主体は無限期間生存すると仮定し、国債は利子支払い i のコンソル型の償還を仮定したものを Barro は考える。買うのは r_l の割引率をもつ主体であり、 $B = i/r_l$ という関係が成立する。国債売上 B のうち、 $\alpha : (1 - \alpha)$ で、 r_l, r_h の主体に移転を行なう。さらに取引費用をこれまで同様考え、毎期の償還のための必要な資金は $(1 + \gamma)i$ とする。 r_l については、国債売上の資産効果はない。ただし、移転の資産効果が負となる。

r_h については純資産効果は、

$$\frac{(1 - \alpha)i}{r_l} \left(1 - \frac{1 + \gamma}{1 + \lambda}\right) = \frac{(1 - \alpha)i}{r_l(1 + \lambda)}(\lambda - \gamma)$$

と計算される。これは $\lambda > \gamma$ のとき、そのときに限って正となる。

4 政府の独占力

国債には流動性サービス (liquidity service) があるとして、そのサービスの供給者としての政府に独占力があるかで、資産効果が生ずるかを Barro は問題とする。今度は割引引き率は 1 種とし

て、国債 1 単位あたりのサービスを L と書くと、国債の評価式は

$$B = \frac{(i + L)}{r}$$

となる。 c を流動性サービスの 1 年あたり国債 1 単位あたりの限界費用とすると、資産効果は、

$$\frac{1}{r}(i + L) - \frac{1}{r}(i + c) = \frac{1}{r}(L - c)$$

と計算される。政府に独占力がある場合は、 $L > c$ で正の資産効果が生ずると Barro は解釈する。

5 リスクと資産代替性

Barro はリスクを国債やその他の資産に明示的に導入したとき、リスク構造のばらつきが、資産効果を生ずる可能性を論じているが、明示的なモデルは示されない。

6 まとめ

Barro の 1974 年の論文はあまりに有名であるが、その後の人々に誤読あるいは読まれもせずに出してもいない結論が Barro の名前で一人歩きしたといえる。特に財政政策の無効性の根拠とするのは短絡である。いくつかの点を確認しておく。

- Barro 自身が論文で言っているように、「国債が純資産でない、国債の増発によって消費に関する資産効果もない、よって恒常所得仮説にもとづく消費決定では消費配分が変わらない」ことは、この論文以前から認識されていた。
- Barro は Ricardo に直接言及してはいない。
- 不確実性を含むモデルではないから、条件付き期待値の意味での合理的期待は基本モデルでは扱われない。
- Barro の motivation は、国債が純資産となるかもしれない、償還期間以前で「死んでしまう」有限期間生存の消費者を考えても、Becker 型の利他的効用関数を考慮すると、国債が純資産でないことを示すことであった。
- Barro は、国債が純資産となるいろいろなケースを周到に考えている。
- 後に Mankiw が指摘したように、Becker 型の効用関数を世代交代モデルで考えることは、各世代の消費者が無間期間の消費配分に関心をもつことと同義である。よってある意味で上記の Barro の目論見は、当たり前のことを言っているにすぎない。
- Barro のモデルはワルラス型一般均衡の世代交代モデルとして構築されているが生産配分については簡略化され、消費者にとって所得流列は、国債で調達された政府資金の用途にかかわらず生産量をいかなる意味でも変化させないという、クラウディング・アウトをはじめから組み込んでいる。財政政策が無効なのは当たり前ということになる。
- 結局、消費者にとっての所得流列は政府の国債発行政策に依存せず、主体均衡モデルとしては、単なる広義の恒常所得仮説を扱っているにすぎない。このため、Ricardo の等価定理の実証のかなりの部分は、恒常所得仮説タイプの消費関数の計測に終始する。

- Hall 自身が指摘するように、恒常所得仮説が成立したからといって、財政政策が無効という結論は得られない。恒常所得仮説は、将来所得流列あるいは将来資産 (の分布あるいは期待値) を所与とする主体均衡モデルにすぎないから、財政政策が実物資源配分を変えるかどうかは、一般均衡モデル全体が、ワルラス型を想定しているか、非ワルラス型を想定しているかに依存する。(よく考えれば当然！)