慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

試験時間	50 分	分

2024 年 7 月 24 日(水) 2 時限　施行		学部　学科　年　組	
担当者名	河井 啓希 君	学籍番号	
科目名	統計学 I	氏　名	

採 点 欄	※

【注意】解答は解答用紙(別紙)に記入しなさい。＊印の問題では、答えに至る途中過程も記しなさい(答えだけは 0 点)。検定では、仮説、帰無分布、検定統計量、臨界値、結論を明記しなさい。

【数表】

標準正規分布 Z について P(Z<1)=0.84、P(Z<1.645)=0.950、P(Z<1.96)=0.975、P(Z<2)=0.977

1 第 1 回レポートに関する以下の問いに答えよ。(20)

(1)分析に利用した「家計調査」の標本抽出方法を書きなさい。

(2)分布の中心を示す標本平均$\bar{x}$の欠点を書きなさい。

(3*)標本分散 $s^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$の不偏性を証明しなさい。ただし $E(x_i)=\mu$,$Var(x_i)=\sigma^2$ とする。

2 河口湖でブラックバスの資源量 N を推定するために、捕獲した 100 匹のバスに印をつけて放流し、1 週間後に再度 100 匹のバスを捕獲したところ x 匹のバスに印がついていた。河口湖全体での印付きバスの割合を θ =100/N とする。(35)

(1)この資源量調査の方法を何というか。

(2*)捕獲したバス i が印付きなら d_i=1、印無しなら d_i=0 とすると d_i の期待値 $E(d_i)$と分散 $Var(d_i)$をそれぞれの定義から求めよ。

(3*)$x=\sum_{i=1}^{100}d_i$と考えると、x の期待値 E(x)と分散 Var(x)をモーメント公式から求めよ。

(4*)100 匹中の印付きバスの割合 $p=\frac{x}{100}$の期待値 E(p)と分散 Var(p)をモーメント公式から求めよ。

(5*)x=10 のとき、θ を<u>信頼係数 95.4%</u>で区間推定し、θ の下限と上限を求めよ。

(6*)(5)より、資源量 N を<u>信頼係数 95.4%</u>で区間推定し、N の下限と上限を求めよ。

3 あるスーパーで売られている L サイズの卵 36 個を購入して重さを測ったところ標本平均が 66g、標本標準偏差が 6g であった。(20)

(1*)このスーパーの L サイズ卵の母平均μの <u>95.4%</u>信頼区間の下限と上限を求めよ。

(2*)このスーパーの L サイズ卵は農水省の L サイズ卵の規格 64g より大きいといえるか。有意水準 5%で検定しなさい。

(3)(2)の結論を出した時に生じる過誤(error)について説明せよ。

4　確率変数 x の密度関数が $f(x)=\frac{1}{2}x$ $(0\leqq x\leqq 2)$のとき以下の問いに答えなさい。(15)

(1*)分布関数 F(x)を定義から導出しなさい。

(2*)確率変数 x の期待値 E(x)と分散 Var(x)を求めなさい。

5　格付け AAA、AA、A の企業の 10 年後倒産確率が 1%、3%、5%であり、ある業種の 100 社のうち AAA が 10 社、AA が 20 社、A が 70 社であったとき、以下の問いに答えよ。(10)

(1*)この業種の 10 年後倒産確率を求めよ。

(2*)10 年後までに倒産していた会社の格付けが A であった確率を求めよ。

2024年「統計学１」(担当：河井啓希)　学期末試験　解答用紙 (裏面には書き込まないこと。採点対象外です)

年　　組　学籍番号　　　　　　　　　　　　　　　　氏名

1 20点

(1)		(2)	
(3*)			

2 35点

(1)			
(2*)	E(d)		Var(d)
(3*)	E(x)		Var(x)
(4*)	E(p)		Var(p)
(5*)	下限	上限	計算式
(6*)	下限	上限	計算式

3 20点

(1*)	下限	上限	計算式
(2*)			
(3)			

4 15点

(1*)	F(x)=	計算式
(2*)	E(x)=	計算式
	Var(x)=	計算式

5 10点

(1*)	
(2*)	

統計学１　2024 年度春学期　問題と解答、採点の指針

【注意】以下の設問の解答は解答用紙(別紙)に記入しなさい。＊印の問題では答えに至る途中過程も記しなさい(答えだけは 0 点)。検定では、仮説、帰無分布、検定統計量、臨界値、結論を明記しなさい。

【数表】

標準正規分布 Z について $P(Z<1)=0.84$、$P(Z<1.645)=0.950$、$P(Z<1.96)=0.975$、$P(Z<2)=0.977$

1 第 1 回レポートに関する以下の問いに答えよ。(20)

(1)分析に利用した「家計調査」の標本抽出方法を書きなさい。

(2)分布の中心を示す標本平均$\bar{x}$の欠点を書きなさい。

(3*)標本分散 $s^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$の不偏性を証明しなさい。ただし、$E(x_i)=\mu$, $Var(x_i)=\sigma^2$ とする。

解答　(1)(2)5 点(3)10　正答率

(1)層化 3 段階抽出法

(2)外れ値の影響を受けやすい

(3)$E(s^2)=\frac{1}{n-1}E\left(\sum(x_i-\bar{x})^2\right)=\frac{1}{n-1}\sum E\{x_i-\mu-(\bar{x}-\mu)\}^2=\sigma^2$　ここまでだけだと 4 点（下記が必要）

$\Sigma E(x_i-\mu)^2+\Sigma E(\bar{x}-\mu)^2-2E\{\Sigma(x_i-\mu)(\bar{x}-\mu)\}=n\sigma^2+n(\sigma^2/n)-2E\{n(\bar{x}-\mu)^2\}=(n-1)\sigma^2$

2 河口湖でブラックバスの資源量 N を推定するために、捕獲した 100 匹のバスに印をつけて放流し、1 週間後に再度 100 匹のバスを捕獲したところ x 匹のバスに印がついていた。河口湖全体での印付きバスの割合を $\theta=100/N$ とする。　(35)

(1)この資源量調査の方法を何というか。

(2*)捕獲したバス i が印付きなら $d_i=1$、印無しなら $d_i=0$ とすると d_i の期待値 $E(d_i)$と分散 $Var(d_i)$をそれぞれの定義から求めよ。

(3*)$x=\sum_{i=1}^{100}d_i$と考えると、x の期待値 E(x)と分散 Var(x)をモーメント公式から求めよ。

(4*)100 匹中のタグ付きバスの割合 $p=\frac{x}{100}$の期待値 E(p)と分散 Var(p)をモーメント公式から求めよ。

(5*)x=10 のとき、θ を<u>信頼係数 95.4%</u>で区間推定し、θ の下限と上限を求めよ。

(6*)(5)より、資源量 N を<u>信頼係数 95.4%</u>で区間推定し、N の下限と上限を求めよ。

解答　(1)-(4)5 点(5)10(6)5　　正答率

(1)Capture-Recapture(捕獲再捕獲)法

(2)$E(d_i)=1\theta+0(1-\theta)=\theta$, $Var(d_i)=(1-\theta)^2\theta+(0-\theta)^2(1-\theta)=(1-\theta)\theta\{(1-\theta)+\theta\}=(1-\theta)\theta$

(3)$E(x)=E(\Sigma d_i)=\Sigma E(d_i)=100\theta$, $Var(x)=Var(\Sigma d_i)=\Sigma Var(d_i)=100\theta(1-\theta)$

(4)$E(p)=E(x/100)=E(x)/100=\theta$, $Var(p)=\frac{1}{100^2}Var(x)=\frac{1}{100}\theta(1-\theta)$

(5)$Pr(p-2\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{100}}<\theta<p+2\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{100}})=Pr(0.1-2\frac{\sqrt{0.1(1-0.1)}}{10}<\theta<(0.1+2\frac{\sqrt{0.1(1-0.1)}}{10})=Pr(0.04<\theta<0.16)$

(6)$N=100/\theta$ より 下限=100/0.16=625　上限=100/0.04=2500

3 あるスーパーで売られている L サイズの卵 36 個を購入して重さを測ったところ標本平均が 66g、標本標準偏差が 6g であった。(20)

(1*)このスーパーの L サイズ卵の母平均 μ の 95.4%信頼区間の下限と上限を求めよ。

(2*)このスーパーの L サイズ卵は農水省の L サイズ卵の規格 64g より大きいといえるか。有意水準 5%で検定しなさい。

(3)(2)の結論を出した時に生じる過誤(error)について説明せよ。

解答

(1)　$P(\bar{x}-2\frac{s}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{x}+2\frac{s}{\sqrt{n}})=P(66-2<\mu<66+2)=P(64<\mu<68)=0.95$

(2)　H_0: $\mu=64$, H_1: $\mu>64$ とする。帰無仮説 H_0: $\mu=64$ が真であるとすると、$\bar{x}\sim N(64,1)$となるが、$\bar{x}=66$ を標準化すると $t=\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}=(66-64)/1=2>1.645$ なので、帰無仮説 H_0 は棄却される。ゆえに有意水準 5%で 64 g 以上であるといえる。

(3)　第 1 種の過誤(H_0 が真なのに H_1 を採択してしまう)

4　確率変数 x の密度関数が $f(x)=\frac{1}{2}x$　(0≦x≦2)のとき以下の問いに答えなさい。（15）
(1*)分布関数 F(x)を定義から導出しなさい。
(2*)確率変数 x の期待値 E(x)と分散 Var(x)を求めなさい。
解答（1)5 点　(3)10 点　過去問と同じ問題。よくできてました

(1) $F(x)=\int_0^x \frac{1}{2}X\,dX=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}X^2\right]_0^x=\frac{1}{4}x^2$

(2) $E(x)=\int xf(x)\,dx=\int_0^2 x\frac{1}{2}x\,dx=\frac{1}{2}\int_0^2 x^2\,dx=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^2=\frac{1}{2}\left(\frac{8}{3}-0\right)=\frac{4}{3}$

$E(x^2)=\int x^2f(x)\,dx=\int_0^2 x^2\frac{1}{2}x\,dx=\frac{1}{2}\int_0^2 x^3\,dx=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{4}x^4\right]_0^2=\frac{1}{2}\left(\frac{16}{4}-0\right)=2$

$Var(x)=E(x^2)-\mu^2=2-\frac{16}{9}=\frac{2}{9}$

5　格付け AAA、AA、A の企業の 10 年後倒産確率が 1%、3%、5%であり、ある業種の 100 社のうち AAA が 10 社、AA が 20 社、A が 70 社であったとき、以下の問いに答えよ。(10)
(1*)この業種の 10 年後倒産確率を求めよ。
(2*)10 年後までに倒産していた会社の格付けが A であった確率を求めよ。
解答　この問題もよくできていました

(1) 全確率の公式より P(倒産)＝P(倒産∩AAA)+ P(倒産∩AA)+P(倒産∩A)=4.2%

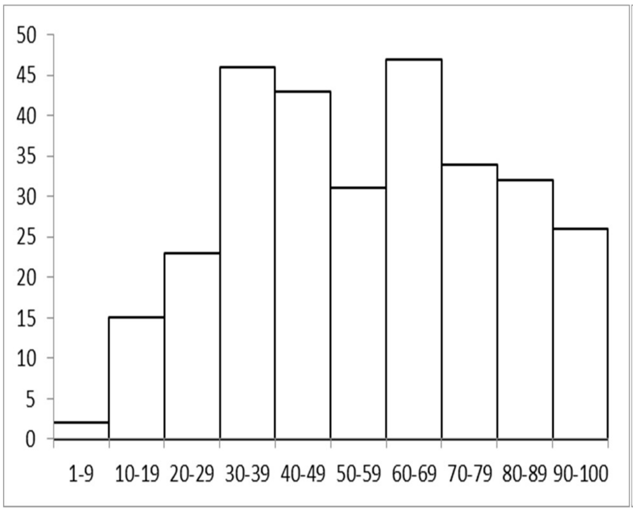
P(倒産∩AAA)=1%×0.1=0.1%、P(倒産∩AA)=3%×0.2=0.6%、P(倒産∩A)=5%×0.7=3.5%

(2)ベイズの公式より　P(A|倒産)=P(倒産∩A)/P(倒産)=3.5/4.2=5/6

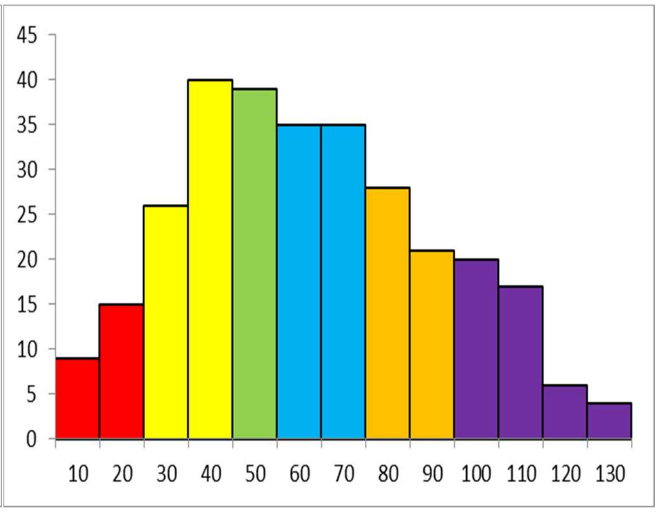
採点結果
受験者数 299 人 平均 56.1　中央値 57　最高 100　最低 5　標準偏差 23.6　尖度-0.919　歪度 0.0221
学習の point と昨年の過去問を解くだけで満点がとれる問題だと思います。100 点の人も多数いました。

総点=レポ乗数平均×期末得点+小テスト(10 点満点)をもとに経済学部ガイドラインに沿って成績を
S(総点≧100)　A(80≦総点<100)　B(55≦総点<80)　C(30≦総点<55)　D(総点<30)
のようにつけました。

期末試験の得点分布



総点の分布



秋学期は、春学期の知識をもとに、より発展的な内容となります。理解不足だと感じる方は、夏休み中によく復習してから、秋学期に臨んでください。