慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

試験時間	50 分	分

2023 年 7 月 26 日(水) 6 時限施行		学部　　学科　　年　　組	
担当者名	河井 啓希 君	学籍番号	
科目名	統計学 I	氏　名	

採 点 欄	※

【注意】解答は解答用紙(別紙)に記入しなさい。＊印の問題では、答えに至る途中過程も記しなさい(答えだけは 0 点)。検定では、仮説、帰無分布、検定統計量、臨界値、結論を明記しなさい。

【数表】

標準正規分布 Z について P(Z<1)=0.84、P(Z<1.645)=0.950、P(Z<1.96)=0.975、P(Z<2)=0.977

1 下表は総務省「家計調査」の都市別データからパンと緑茶に関する世帯あたり支出額の主な統計量(Excel で計算したもの)を整理したものである。(15)

	平 均	標 準 偏 差	尖 度	歪 度
パン	9000	1200	0.212	−0.297
緑 茶	1200	600	3.207	1.081

平均と標準偏差の単位は円

(1*)2 品目の分布のちらばりを適切な統計量を用いて比較しなさい。

(2)緑茶の尖度と歪度から分布のどのような特徴がわかるか。それぞれ記しなさい。

2 ある大学では学生の英語能力を把握するために年に 4 回の筆記試験をおこなっている。(25)

(1)筆記試験の得点 x の分布を正規分布にするために、教師はどのような問題を作成する必要があるか

(2)学生の真の能力(母平均 μ)を推測する指標として 4 回の試験の標本平均$\bar{x}$と中央値を比べたとき、前者が優れている理由を 2 つ挙げなさい

(3)学生の真の能力の散らばり(母分散 σ^2)を推測する指標として 4 回の試験の標本分散 s^2 が優れている理由を 1 つ挙げなさい。

(4*)(3)の s^2 の性質を、s^2 の計算式からモーメント演算子 E( )を利用して証明しなさい。

3 梅雨時の降雨確率 θ が例年 0.5 であるとき、以下の問いに答えなさい（1,2,3 は例年通りの確率を計算しなさい)。(30)

(1*)梅雨時の任意の 7 日間の降雨日数 x の確率関数 f(x)を書きなさい。

(2*)任意の 7 日間で 2 日以上雨が降る確率 P(x≧2)を求めなさい。

(3*)梅雨時 36 日間の降雨日数 y が 15 日以下になる確率 P(y≦15)を正規近似により求めよ。

(4)今年の梅雨時 36 日間の降雨確率 p は 0.4 であったが、例年より少なかったと言えるか。有意水準 5%で検定しなさい

(5)この有意水準とは何の確率かを(4)の事例をもとに説明しなさい

4　0≦x≦10 の範囲で一様分布に従う連続確率変数 x について以下の問いに答えよ。(20)

(1)x の密度関数 f(x)を求めなさい

(2*)x の分布関数 F(x)を F(x)の定義を明示したうえで求めなさい

(3*)x の母平均 E(x)を E(x)の定義を明示したうえで求めなさい

(4*)x の母分散 Var(x)を分散公式を明示したうえで求めなさい

5　ある電化製品の生産のシェアが日本 50%、中国 30%、米国 20%で、各地の不良品率がそれぞれ 2%、5%、3%であるとき、以下の問いに答えよ。(10)

(1*)この製品の不良品率を計算しなさい

(2*)不良品の生産国が日本である条件付確率を求めなさい

2023年「統計学１」学期末試験　解答用紙 (裏面には書き込まないこと。採点対象外です)

年　　組　学籍番号　　　　　　　　　　　　氏名

1 15点

(1*)		
(2)	尖度	歪度

2 25点

(1)		
(2)		
(3)		
(4*)		

3 30点

(1*)	
(2*)	
(3*)	
(4)	
(5)	

4 20点

(1)	f(x)=
(2*)	F(x)=
(3*)	E(x)=
(4*)	Var(x)=

5 10点

(1*)	
(2*)	

統計学１　2023 年度春学期　問題と解答、採点の指針

【注意】以下の設問の解答は解答用紙(別紙)に記入しなさい。**＊印の問題**では答えに至る途中過程も記しなさい(答えだけは 0 点)。**検定**では、仮説、帰無分布、検定統計量、臨界値、結論を明記しなさい。

【数表】

標準正規分布 Z について P(Z<1)=0.84、P(Z<1.645)=0.950、P(Z<1.96)=0.975、P(Z<2)=0.977

1 下表は総務省「家計調査」の都市別データからパンと緑茶に関する世帯あたり支出額の主な統計量(Excel で計算したもの)を整理したものである。(15)

	平均	標準偏差	尖度	歪度
パン	9000	1200	0.212	-0.297
緑茶	1200	600	3.207	1.081

平均と標準偏差の単位は円

(1*)2 品目の分布のちらばりを適切な統計量を用いて比較しなさい。

(2)緑茶の尖度と歪度から分布のどのような特徴がわかるか。それぞれ記しなさい。

解答 (1)5 点 (2)10 点　正答率 (1)80%(2)79%

(1)変動係数（パン 2/15 緑茶 1/2）より緑茶の方が散らばりが大きい

(2)尖度：外れ値が存在する　歪度：右裾が長い(左に偏りがある)

2 ある大学では学生の英語能力を把握するために年に 4 回の筆記試験をおこなっている。(25)

(1)筆記試験の得点 x の分布を正規分布にするために、教師はどのような問題を作成する必要があるか

(2)学生の真の能力(母平均 μ)を推測する指標として 4 回の試験の標本平均$\bar{x}$と中央値を比べたとき、前者が優れている理由を 2 つ挙げなさい

(3)学生の真の能力の散らばり(母分散 σ^2)を推測する指標として 4 回の試験の標本分散 s^2 が優れている理由を 1 つ挙げなさい。

(4*)(3)の s^2 の性質を、s^2 の計算式からモーメント演算子 E( )を利用して証明しなさい。

解答　(1)(2)(3)各 5 点 (4)10 点　正答率 (1)53%(2)60%(3)46%(4)25%

(1)それぞれが独立な問題を数多く出題する

(2)不偏性、効率性

(3)不偏性

(4)$E(s^2)=\frac{1}{n-1}E\left(\sum(x_i-\bar{x})^2\right)=\frac{1}{n-1}\sum E\{x_i-\mu-(\bar{x}-\mu)\}^2=\sigma^2$　ここまでだけだと 4 点（下記が必要）

$\Sigma E(x_i-\mu)^2+\Sigma E(\bar{x}-\mu)^2-2E\{\Sigma(x_i-\mu)(\bar{x}-\mu)\}=n\sigma^2+n(\sigma^2/n)-2E\{n(\bar{x}-\mu)^2\}=(n-1)\sigma^2$

3 梅雨時の降雨確率 θ が例年 0.5 であるとき、以下の問いに答えなさい(1,2,3 は例年通りの確率とする)。(30)

(1*)梅雨時の任意の 7 日間の降雨日数 x の確率関数 f(x)を書きなさい。

(2*)任意の 7 日間で 2 日以上雨が降る確率 P(x≧2)を求めなさい。

(3*)梅雨時 36 日間の降雨日数 y が 15 日以下になる確率 P(y≦15)を正規近似により求めよ。

(4)今年の梅雨時 36 日間の降雨確率 p は 0.4 であったが、例年より少なかったと言えるか。有意水準 5%で検定しなさい

(5)この有意水準とは何の確率かを(4)のケースをもとに説明しなさい

解答　(1)(2)(3)(5)各 5 点 (4)10 点　正答率 (1)68%(2)78%(3)45%(4)38%(5)27%

(1)$f(x)={}_7C_x\theta^x(1-\theta)^{7-x}={}_7C_x(1/2)^7={}_7C_x/128$

(2)P(x≧2)=1－{f(x=0)+f(x=1)}=1－(1/128+7/128)=120/128=15/16

(3)E(y)=36*(1/2)=18,Var(y)=36*1/2*(1-1/2)=9,P(y≦15)=P(z≦(15－18)/3＝－1) =1－P(z<1)=0.16

(4)H_0: θ =0.5, H_1: θ <0.5 とする。帰無仮説 H_0: θ =0.5 が真であるとすると、p～$N(0.5, \frac{0.5(1-0.5)}{36})$ となるが、p=0.4 を標準化すると $z=\frac{0.4-0.5}{0.5/\sqrt{36}}=\frac{-0.1}{0.5/6}=-6/5=-1.2>-1.645$ より Ho は棄却できない。故に例年通りと言える

(5)Ho(例年どおり)が真なのに Ho を棄却してしまう第 1 種の過誤の確率

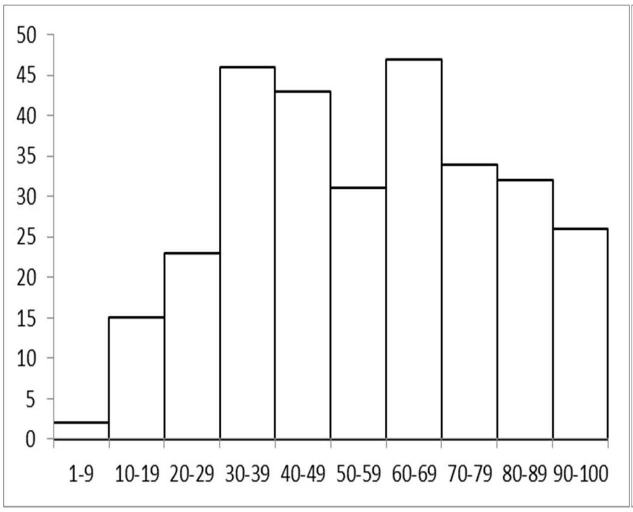
4　0≦x≦10 の範囲で一様分布に従う連続確率変数 x について以下の問いに答えよ。(20)

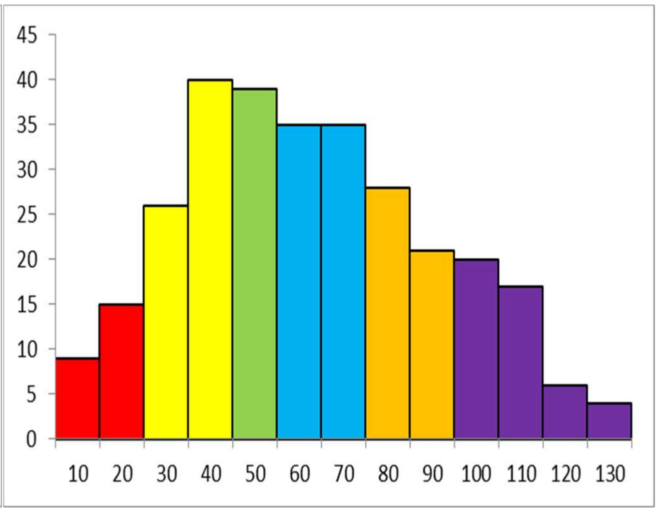
(1)x の密度関数 f(x)を求めなさい
(2*)x の分布関数 F(x)を F(x)の定義を明示したうえで求めなさい
(3*)x の母平均 E(x)を E(x)の定義を明示したうえで求めなさい
(4*)x の母分散 Var(x)を分散公式を明示したうえで求めなさい
解答 各 5 点　正答率 (1)57%(2)49%(3)50%(4)46%
(1)f(x)=1/10
(2)F(x)=$\int_0^x f(X)\,dX = \frac{1}{10}x$
(3)E(x)=$\int_0^{10} xf(x)\,dx = \frac{1}{10}\left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^{10} = \frac{1}{20}100 = 5$
(4)Var(x)=E(x²)－{E(x)}²=$\int_0^{10} x^2 f(x)\,dx - \mu^2 = \frac{1}{10}\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^{10} - 25 = \frac{1}{30}1000 - 25 = \frac{100-75}{3} = \frac{25}{3}$

5　ある電化製品の生産のシェアが日本 50%、中国 30%、米国 20%で、各地の不良品率がそれぞれ 2%、5%、3%であるとき、以下の問いに答えよ。(10)
(1*)この製品の不良品率を計算しなさい
(2*)不良品の生産国が日本である条件付確率を求めなさい
解答　各 5 点　正答率 (1)94%(2)85%
原因(生産地)Xi→結果(不良品)Y とする
(1)$P(Y)=P(Y\cap X_J)+P(Y\cap X_C)+P(Y\cap X_U)=0.5*0.02+0.3*0.05+0.2*0.03=31/1000$
(2)日本産 $P(X_J|Y)= P(Y\cap X_J)/P(Y)=(10/1000)\div(31/1000)=10/31$

採点結果
受験者数 299 人 平均 56.1　中央値 57　最高 100　最低 5　標準偏差 23.6　尖度-0.919　歪度 0.0221
学習の point と昨年の過去問を解くだけで満点がとれる問題だと思います。100 点の人も多数いました。

総点=レポ乗数平均×期末得点+小テスト(10 点満点)をもとに経済学部ガイドラインに沿って成績を
S(総点≧100)　A(80≦総点<100)　B(55≦総点<80)　C(30≦総点<55)　D(総点<30)
のようにつけました。

期末試験の得点分布


総点の分布


秋学期は、春学期の知識をもとに、より発展的な内容となります。理解不足だと感じる方は、夏休み中によく復習してから、秋学期に臨んでください。