

慶 應 義 塾 大 学 試 験 問 題 (三 田)

|                               |                         |      |  |       |  |     |  |
|-------------------------------|-------------------------|------|--|-------|--|-----|--|
| 平成 27 年 7 月 25 日 ( 金 ) 2 時限施行 |                         | 学部   |  | 学科・専攻 |  | 年 組 |  |
| 担当者名                          | 河井 啓希 君                 | 学籍番号 |  |       |  |     |  |
| 科 目 名                         | [経研]計量経済学上級 a , 計量経済学中級 | 氏 名  |  |       |  |     |  |

(注意)

解答用紙はタテに折り目をつけてから、左右 2 段組みにして記入しなさい (裏面も同様)

\*については答えを導出した過程についても記しなさい。

被説明変数  $\mathbf{y} : N \times 1$ , 説明変数(非確率変数)  $\mathbf{X} : N \times K$ , パラメータ  $\boldsymbol{\beta} : K \times 1$ , 確率的かく乱項  $\boldsymbol{\varepsilon} : N \times 1$   
操作変数  $\mathbf{Z} : N \times L$

1 線形モデル  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$  を最小 2 乗法で推定した結果、回帰式  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{b} + \mathbf{e}$  を得た。(30)

(1\*)残差 2 乗和  $\mathbf{e}'\mathbf{e}$  を最小化する  $\mathbf{b}$  の 1 階の条件(FOC)を求めよ。

(2) (1)の FOC の幾何学的含意を説明しなさい。

(3\*)(1)から最小 2 乗推定量  $\mathbf{b}$  を求める式を導きなさい。

(4\*)  $E(\boldsymbol{\varepsilon} | \mathbf{X}) = \mathbf{0}$  のとき  $E(\mathbf{b} | \mathbf{X}) = \boldsymbol{\beta}$  となることを示しなさい。

(5\*)  $E(\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}') = \sigma^2 \mathbf{I}$  の時  $\mathbf{b}$  の分散共分散行列  $\text{Var}(\mathbf{b}) = \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$  となることを示しなさい。

(6\*)  $E(\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}') = \mathbf{V}$  ( $\neq \sigma^2 \mathbf{I}$ ) の時  $\mathbf{b}$  の分散共分散行列  $\text{Var}(\mathbf{b})$  を求めなさい。

2  $X_i, i=1, \dots, n$  が i.i.d. で  $E(X_i) = \mu$ ,  $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$  の時、 $\mu$  の推定量  $m_a = X_1$ ,  $m_b = \bar{X} + 1/n$  が不偏性、一致性を満たすか否かを確認しなさい。ただし  $\bar{X}$  は標本平均とする。(10)

3 無作為に選んだ  $n$  人の生徒に傘を所持しているか否か( $x=1$  傘を所持,  $x=0$  非所持)を尋ねたところ  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  という標本を得た。(25)

(1)生徒の母集団の傘の所持率を  $\theta$  とすると生徒  $i$  の確率変数  $x_i$  の確率関数  $f(x_i)$  はどの様に見えるか。

(2)この標本の尤度関数  $L(\theta)$  を求めよ

(3\*)  $\theta$  の最尤推定量を求めよ

(4\*)Fisher の情報量  $I(\theta)$  から(3)の分散の推定量を求めよ

(5)最尤推定量の利点と欠点について説明しなさい。

4 最小 2 乗推定量  $\mathbf{b} \sim N(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1})$  を用いて線形制約  $\mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{q}$  ( $\mathbf{R} : J \times K$ ,  $\mathbf{q} : J \times 1$ ) を検定する問題を考える。(15)

(1\*) $\mathbf{R}\mathbf{b}$  の期待値  $E(\mathbf{R}\mathbf{b})$  と分散共分散行列  $\text{Var}(\mathbf{R}\mathbf{b})$  を求めよ。

(2\*)帰無仮説  $H_0 : \mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{q}$  を検定するための  $\chi^2$  分布に従う Wald 検定量を求めよ。

(3)(2)の Wald 検定量を F 分布で検定するための検定統計量を示しなさい。

5  $\mathbf{X}$  と  $\boldsymbol{\varepsilon}$  に相関があるのに、線形モデル  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$  を最小 2 乗法で推定して回帰式  $\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{b} + \mathbf{e}$  を得たときの問題について以下の問いに答えなさい。(20)

(1\*) $L=K$  のとき操作変数推定量  $\mathbf{b}_{IV}$  を  $\mathbf{X}, \mathbf{y}, \mathbf{Z}$  を用いて記しなさい。

(2)操作変数推定量  $\mathbf{b}_{IV}$  の利点と欠点を記しなさい。

(3\*) $L>K$  のとき 2 段階最小 2 乗推定量  $\mathbf{b}_{2SLS}$  を  $\mathbf{X}, \mathbf{y}, \mathbf{Z}$  を用いて記しなさい。

(4)操作変数が満たすべき 2 つの性質を挙げなさい。

|        |        |                 |               |
|--------|--------|-----------------|---------------|
| 持<br>込 | 持ち込み不可 | 試 験 時 間<br>50 分 | 答 案 別 紙<br>B4 |
|        |        |                 |               |