

慶 應 義 塾 大 学 試 験 問 題 (三 田)

平成 26 年 7 月 25 日 (金) 2 時限施行		学部		学科・専攻		年 組	
担当者名	河井 啓希 君	学籍番号					
科 目 名	[経研]計量経済学上級 a , 計量経済学中級	氏 名					

(注意)

解答用紙はタテに折り目をつけてから、左右 2 段組みにして記入しなさい (裏面も同様)

*については答えを導出した過程についても記しなさい。

被説明変数 $\mathbf{y} : N \times 1$, 説明変数(非確率変数) $\mathbf{X} : N \times K$, パラメータ $\boldsymbol{\beta} : K \times 1$, 確率的かく乱項 $\boldsymbol{\varepsilon} : N \times 1$
操作変数 $\mathbf{Z} : N \times L$

1 線形モデル $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ を最小 2 乗法で推定した結果、回帰式 $\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{b} + \mathbf{e}$ を得た。(25)

(1*)残差 2 乗和 $\mathbf{e}'\mathbf{e}$ を最小化する \mathbf{b} の 1 階の条件(FOC)を求めよ。

(2) (1)の FOC の幾何学的含意を説明しなさい。

(3*) (1)から最小 2 乗推定量 \mathbf{b} を求める式を導きなさい。

(4*) $E(\boldsymbol{\varepsilon} | \mathbf{X}) = \mathbf{0}$ のとき $E(\mathbf{b} | \mathbf{X}) = \boldsymbol{\beta}$ となることを示しなさい。

(5*) $E(\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}') = \sigma^2 \mathbf{I}$ の時 \mathbf{b} の分散共分散行列 $\text{Var}(\mathbf{b}) = \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ となることを示しなさい。

2 $X_i, i=1, \dots, n$ が i.i.d. で $E(X_i) = \mu$, $\text{Var}(X_i) = \sigma^2$ の時、 μ の推定量 $m_a = X_1$, $m_b = \bar{X} + 1/n$ が不偏性、一致性を満たすか否かを確認しなさい。ただし \bar{X} は標本平均とする。(10)

3 2013 年のプロ野球公式戦から無作為に n 試合を選んで、1 試合あたりのホームラン数を調べたところ (X_1, X_2, \dots, X_n) という標本を得た。(25)

(1) X_i がポアソン分布 $f(\theta) = \frac{e^{-\theta} \theta^{X_i}}{X_i!}$ に従うとき、尤度関数 $L(\theta)$ を求めよ。

(2) この標本の対数尤度関数 $\ln L(\theta)$ を求めよ

(3*) θ の最尤推定量を求めよ

(4*) Fisher の情報量 $I(\theta)$ から (3) の分散の推定量を求めよ

(5) 最尤推定量の利点と欠点について説明しなさい。

4 最小 2 乗推定量 $\mathbf{b} \sim N(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1})$ を用いて線形制約 $\mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{q}$ ($\mathbf{R} : J \times K$, $\mathbf{q} : J \times 1$) を検定する問題を考える。(15)

(1*) \mathbf{Rb} の期待値 $E(\mathbf{Rb})$ と分散共分散行列 $\text{Var}(\mathbf{Rb})$ を求めよ。

(2*) 帰無仮説 $H_0 : \mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{q}$ を検定するための χ^2 分布に従う Wald 検定量を求めよ。

(3) (2) の Wald 検定量を F 分布で検定するための検定統計量を示しなさい。

5 \mathbf{X} と $\boldsymbol{\varepsilon}$ に相関があるのに、線形モデル $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ を最小 2 乗法で推定して回帰式 $\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{b} + \mathbf{e}$ を得たときの問題について以下の問いに答えなさい。(25)

(1*) $L = K$ のとき操作変数推定量 \mathbf{b}_{IV} を $\mathbf{X}, \mathbf{y}, \mathbf{Z}$ を用いて記しなさい。

(2) 操作変数推定量 \mathbf{b}_{IV} の利点と欠点を記しなさい。

(3*) $L > K$ のとき 2 段階最小 2 乗推定量 \mathbf{b}_{2SLS} を $\mathbf{X}, \mathbf{y}, \mathbf{Z}$ を用いて記しなさい。

(4) 操作変数が満たすべき 2 つの性質を挙げなさい。

(5) (4) の性質はそれぞれどの様に検定することができるかを簡潔に説明せよ

持 込	持ち込み不可	試 験 時 間 50 分	答 案 別 紙 B4