

# 「統計と確率の基礎」(服部哲弥著, 学術図書)

第2版第2刷から第3刷への改訂事項一覧

2011.11

(以下,  $p$  はページ,  $\ell$  は行,  $-$  はページの下からの行数(脚注を除く). ページ数等は第2版第2刷のもの. 間違いや説明不足以外にも, 行数や本書の構成上の取捨選択による改訂を含む.)

p. 4  $\ell$ . -4 「やベルヌーイ分布」 → トル

索引も  $\backslash\text{index}\{\text{べるぬーいしこう@ベルヌーイ試行, ベルヌーイ分布}\}$  →  $\backslash\text{index}\{\text{べるぬーいしこう@ベルヌーイ試行}\}$

p. 5  $\ell$ . 12 式 (1.2) 「 $P[(s_1, s_2, \dots, s_n)]$ 」 → 「 $P[\{(s_1, s_2, \dots, s_n)\}]$ 」

p. 5  $\ell$ . -11 「表の回数  $k$  の分布」 → 「表の回数  $k$ 」

p. 5  $\ell$ . -10 「 $P$  のもとでの  $N_n$  の値の分布を問題にする. この分布を  $Q_n$  とおくと,  $k$  回表が出る確率は」 → 「表の回数の分布  $Q_n$  は」

p. 5  $\ell$ . -7 「である」 → 「で与えられる」

p. 6  $\ell$ . 8 「 $B_{n,p}$  と書く」の行と「細かくいうと」の行の間に次の段落を追加 → 「2項分布のように整数や実数(またはその部分集合)を全体集合とする確率を分布ともいう(分布という言葉はもっと広い意味に使うが, 本書ではほとんど立ち入らない.)」

p. 16  $\ell$ . 6 「窓口における一列並びと値の散らばりの目安である分散を例にとって」 → 「窓口における一列並びを例にとって」

p. 21  $\ell$ . 2 「その定義を復習しておこう」 → 「その定義をまとめておく」

p. 44  $\ell$ . 1 章表題 「宮城県沖地震を逃れる確率」 → 「宮城県沖地震 2011 年 3 月以前」

p. 44 章表題への新規脚注 → 「本章の第2版第2刷までの表題は「宮城県沖地震を逃れる確率」であったが, 増刷の機会に改題した. 章の内容は短い追記を加えた他は基本的に元のままとした. なお, より詳しい追記を <http://web.econ.keio.ac.jp/staff/hattori/eqne1103.htm> に置いた」

p. 44  $\ell$ . 5 「適切な確率変数を用意し, 標本における確率変数の値(確率変数は標本の集合である母集団の上の関数であるから標本を与えると値が決まる)で母集団の性質の推定量とする点推定という方法がある」 → 「適切な確率変数を用意し, 標本における確率変数の値で母集団の性質の推定量とする点推定という方法がある(確率変数は標本の集合である母集団の上の関数なので, 標本を与えると値が決まる.)」

p. 45  $\ell$ . -6 「勤務する」 → 「勤務していた」

p. 48  $\ell$ . 7 「とすると, ある程度」 → 「したがって, 特に, ある程度」

p. 48  $\ell$ . -2 「2007/03/31, 2009/03/31, 2012/03/31 の各時点までに」 → 「2007/03/31 までに」

p. 48  $\ell$ . -1 「(これらの日付はそれぞれ」 → 「(この日付は」

p. 49  $\ell$ . 2 「卒業するとき, そのまま東北大学大学院...修了するとき, である.)」 → 「卒業した日である.)」

p. 49  $\ell$ . 11 「および」 → 「および  $q(28.8) = 0.065$  となった. 下表に, この値, および, データにおける中央値と四分位範囲に対応する,  $q(t) = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}$  となる  $t$  をまとめた」

p. 49 l. 14–15 表 表の最後の 2 行を次の 3 行で置き換える → 「

2011/3/07 32.7 25%

2015/2/25 36.7 50%

2019/9/25 41.3 75%

」

p. 49 l. 16 「となった。」 → トル

p. 50 l. 14 § クイズの答え の前に以下の節を挿入 → 「§ 追記：2011 年 3 月 11 日．

2011 年 3 月 11 日 日本標準時 14 時 46 分，三陸沖（北緯 38 度東経 143 度深さ約 25km）で M9.0 の東北地方太平洋沖地震が発生した（詳しくは，たとえば [http://www.jishin.go.jp/main/chousa/major\\_act/index.htm#a20110311a](http://www.jishin.go.jp/main/chousa/major_act/index.htm#a20110311a) を参照．）本章で扱った狭い意味の宮城県沖地震が想定する範囲を遙かに越える運動を引き起こし，特に津波による被害が，世界一とも言われた備えもかなわぬほどに，甚大だった．地震の範囲には本章の扱う宮城県沖地震を含むようだ．前掲の表を見ると，1978 年までの記録に基づく統計的な推量で累積確率が 25% から 75% の四分位範囲に入る．累積確率が 50% の中央値に比べれば早く起きたが，時期だけをとらえれば予想された地震と言えるだろう．むろん，規模，そして被害，については予想は失敗であった．紙数が限られるので，震災直後に書いたもう少し詳しい追記はウェブ <http://web.econ.keio.ac.jp/staff/hattori/eqne1103.htm> に置いておく．

索引に以下を追加 →

\index{ちゅうおうち@中央値}

\index{しぶんいはんい@四分位範囲}」

p. 51 l. 1 「「ねずみ」と答えられた」 → 「「ねずみ」と答えた」

p. 53 l. 6 「統一的に定義できるし，その方がふつうの書き方だが，」 → 「統一的に定義できるが，」

p. 56 l. 7 定理 10 「独立確率変数列」 → 「独立同分布確率変数列」

p. 56 l. 10 定理 10 「また，4 次モーメント条件が不等式で書かれているように， $X_i$  たちは必ずしも同分布である必要はない」 → 「また，記述の簡単のため  $X_i$  たちは同分布としたが，分布が各々異なっても平均 0 で 4 次モーメントが有界ならば以下の証明が成り立つ．」

p. 79 図 23 → 右の図をトル

p. 79 図 23 のキャプション最後の文 「右図は 5 年目に技術革新で母分布の分散が小さくなったためそれ以降は 4 年目までのデータを除いて 5 年目から累積し直した場合の例．」 → トル

p. 79 l. –5 「(6.7) を帰納的に用いることで追試の蓄積によって年とともに定数の区間推定が改善する様子のシミュレーション（第 13 章参照）結果を図 23 左に掲げた」 → 「図 23 は，追試の蓄積によって定数の区間推定が改善する様子を (6.7) を帰納的に用いることでシミュレーション（第 13 章参照）した結果である．」

p. 79 l. –3 「一方，年とともに測定装置や実験方法の改善によって新しいデータの誤差が減ることがしばしば起こる．大きな改善ならば古いデータと合わせるのをやめて，蓄積をやり直すこともありえる．図 23 右はその例である．最終的には精度の改善のあった右図が推定の区間幅が狭いが，変わり目付近はデータの蓄積を無駄にすることの影響がある．」 → トル

p. 81 l. 5 「ほとんどの場合，図 23 の左右図や図 24 の左図のようになっている（過去においてはまれに図 24 の右図のような例も） → 「図 24 の右図のような例は極めて少ない（過去においてはまれにそのような例も）」

- p. 88 l. 1 「たとえば,  $\mu$ 」 → 「たとえば  $v$ 」
- p. 91 l. -3 「 $w^T S \omega$ 」 → 「 $w^T S w$ 」
- p. 92 l. -8 長い数式の 2 行目右端 「 $\exp\left(-\frac{\phi(\delta)}{2v}\right)$ 」 → 「 $\exp\left(-(n-1)\frac{\phi(\delta)}{2v}\right)$ 」
- p. 95 l. -4 補題 20 最後の式の中 「 $y dy$ 」 → 「 $|y| dy$ 」
- p. 95 l. -2 「 $P\left[X \leq \frac{b}{a} z Y\right]$ 」 → 「 $P\left[\frac{aX}{bY} \leq z\right]$ 」
- p. 95 l. -2 「 $\int_{ax \leq bzy}$ 」 → 「 $\int_{\frac{ax}{by} \leq z}$ 」
- p. 95 l. -1 「 $\int_{\mathbb{R}}$ 」 → 「 $\int_{-\infty}^{\infty}$ 」
- p. 95 l. -1 「 $y dy$ 」 → 「 $|y| dy$ 」
- p. 98 l. -5 「定理 19 から主張を得る。」 → 「第 7 章 §3 の  $t$  分布の定義から主張を得る。」
- p. 113 l. -8 「の平方根  $R$  を決定係数あるいは寄与率」 → 「を決定係数あるいは寄与率」
- p. 113 l. -5 「決定係数は標本相関係数」 → 「決定係数の平方根  $R$  は標本相関係数」
- p. 115 l. 5 「の平方根  $R$  を決定係数 (寄与率)」 → 「を決定係数 (寄与率)」
- p. 116 l. 13 「(決定係数がきわめて 1 に近い)」 → 「(標本相関係数, 言い換えると決定係数, がきわめて 1 に近い)」
- p. 116 l. -3 「(9.12) の決定係数 (標本相関係数) は  $R = 1.000$ 」 → 「(9.13) の標本相関係数は  $\hat{R} = R = 1.000$ 」
- p. 117 l. -8 「決定係数  $R$  はやはり 1.000」 → 「標本相関係数  $\hat{R} = R$  はやはり 1.000」
- p. 118 l. -3 「この項を改訂していた日に」 → 「この項を第 2 版に向けて改訂していた日に」
- p. 119 l. 1 「決定係数 (標本相関係数) は  $R = 0.958$ 」 → 「標本相関係数は  $\hat{R} = R = 0.958$ 」
- p. 119 l. 7 「(紙数の都合で数値は省略するが, 新聞報道されたので興味があれば入手は可能である)」  
→ トル
- p. 119 l. 9 「決定係数 (標本相関係数)  $R$ 」 → 「 $R$ 」
- p. 119 l. 17 「0.95 を超える高さの決定係数」 → 「0.95 を超える高さの標本相関係数」
- p. 120 l. 3 「經由する必要がある」 → 「經由する」
- p. 120 l. 6 数式行 「 $\left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2\right)^{-2}$ 」 → 「 $\left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2\right)^{-1}$ 」
- p. 120 l. 9 数式行右辺 「 $v$ 」 → 「 $\frac{v}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2}$ 」
- p. 120 l. -4 数式行左辺 「 $i = 1, \dots, n$ 」 → 「 $i = 1, \dots, n-2$ 」
- p. 120 l. -4 数式行右辺積分範囲の 2 行目 「 $i = 1, \dots, n$ 」 → 「 $i = 1, \dots, n-2$ 」
- p. 120 l. -1 数式行最右辺 「 $(2v)$ 」 → 「 $v$ 」
- p. 121 l. 3 数式行左辺 「 $i = 1, \dots, n$ 」 → 「 $i = 1, \dots, n-2$ 」

p. 121 l. 3 数式行右辺 「 $\prod_{i=1}^n$ 」 → 「 $\prod_{i=1}^{n-2}$ 」

p. 121 l. -13 練習問題 9 問 1 「決定係数が」 → 「決定係数の平方根が」

p. 124 l. -5 定理 28 最後の行 「みたすに  $\theta$  限り」 → 「みたす  $\theta$  に限り」

p. 125 l. -2 「 $I(\theta_0 | \theta_1) = I(P_{\theta_0} | P_{\theta_1})$ 」 → 「 $I(\theta_1 | \theta_0) = I(P_{\theta_1} | P_{\theta_0})$ 」

p. 125 l. -1 「 $I(\theta | \theta + h)$ 」 → 「 $I(\theta + h | \theta)$ 」

p. 126 l. 2-3 数式行 「

$$I(\theta | \theta + h) = -h \int \dot{f}(x, \theta) dx - \frac{1}{2} h^2 \int \ddot{f}(x, \theta) dx + \frac{1}{2} h^2 \int \frac{\dot{f}(x, \theta)^2}{f(x, \theta)} dx \\ - \frac{1}{2} h^2 \int (\ddot{f}(x, \theta + hO(1)) - \ddot{f}(x, \theta)) dx + o(h^2).$$

」 → 「

$$I(\theta + h | \theta) = h \int \dot{f}(x, \theta) dx + \frac{1}{2} h^2 \int \ddot{f}(x, \theta) dx + \frac{1}{2} h^2 \int \frac{\dot{f}(x, \theta)^2}{f(x, \theta)} dx + o(h^2).$$

」

p. 126 l. 4 「有界な量を  $O(1)$ 」 → トル

p. 126 l. 5 「, とそれぞれ略記した」 → 「と略記した」

p. 126 l. 8 「右辺第 4, 5 項の」 → 「右辺の  $o(h^2)$  の」

p. 126 l. 11 式 (10.10) 「 $\theta_2$ 」 → 「 $\theta_0$ 」(3カ所とも)

p. 126 l. -6 「 $\infty$  になるので矛盾はない」 → 「 $\infty$  になるので情報不等式 (定理 29) と矛盾はない」

p. 127 l. 17 「密度をもつとは限らない分布に対して」 → 「一般に」

p. 127 l. 19 式 (10.14) 「 $I(Q | P) = \int \log \frac{dQ}{dP}(x) Q(dx)$ 」 → 「

$$I(Q | P) = \int \frac{dQ}{dP}(x) \log \frac{dQ}{dP}(x) P(dx) =: E_p \left[ \frac{dQ}{dP} \log \frac{dQ}{dP} \right]$$

p. 127 l. -8 「 $H(P) = -E_P \left[ \log \frac{dP}{d\mu} \right]$ 」 → 「 $H(P) = -E_\mu \left[ \frac{dP}{d\mu} \log \frac{dP}{d\mu} \right]$ 」

p. 127 l. -6 「(2.22) で  $p = \frac{1}{1+\mu}$  の場合」 → 「(2.22) で  $p = \frac{1}{\mu}$  の場合」

p. 127 l. -5 数式行 中央 「 $\sum_{k=0}^{\infty}$ 」 → 「 $\sum_{k=1}^{\infty}$ 」

p. 127 l. -5 数式行 最右辺 「 $(\mu + 1) \log(\mu + 1) - \mu \log \mu$ 」 → 「 $\mu \log \mu - (\mu - 1) \log(\mu - 1)$ 」

p. 127 l. -2 「 $\log \frac{1}{1+\mu} + (k-1) \log \frac{\mu}{1+\mu}$ 」 → 「 $\log \frac{1}{\mu} + (k-1) \log \frac{\mu-1}{\mu}$ 」

p. 133 l. 図 34 キャプション 2 行目 「宮城県沖地震の発生間隔の表」 → 「宮城県沖地震の発生間隔の表の数値を用いた」

p. 136 l. 10 「 $\chi_{A-1}^2([a, \infty)) = \alpha$  で  $a$  を求めておく.  $\chi^2 = \sum_{a=1}^A \frac{(n_a - np_a)^2}{np_a} \geq a$ 」 → 「 $\chi_{A-1}^2([c, \infty)) =$

$$\alpha \text{ で } c \text{ を求めておく. } \chi^2 = \sum_{a=1}^A \frac{(n_a - np_a)^2}{np_a} \geq c$$

p. 138 l. -11 「いずれも」 → 「(4行上の式と見比べると)  $\bar{x} \neq 0$  のときいずれも」

p. 138 l. -10 「知られている」 → 「わかる」

p. 154 l. 7 第 11 章本文最後に段落を追加 → 「その上で、そのような合理的な行動とは逆に、宝くじなどの賭け事では分散をお金で買う、という指摘も忘れることができない。分散や曖昧さが関わる  
とき、自分の行動についても人の行動の研究についても、合理的に解決しない難しさが残る。」

p. 154 l. -12 練習問題 11 問題番号 「1.」 → 「1. (1)」

p. 154 l. -4 練習問題 11 問 1 の (2) として以下を新規挿入 → 「(2) 次のようなテレビのクイズ番組がある。三つのドアが舞台に登場し、そのうちの一つだけが当たりで、開けると景品の新車がある。挑戦者がドアの一つ選んだ後で、司会者が残り二つのうち外れのドアの一つ開ける。挑戦者はドアの選択を変更できるが、変更したほうが得だろうか (モンティ・ホール問題)」

索引に以下を追加 →

\index{モンティ・ホール問題}

p. 191 脚注 1 行目 「確率微分方程式に至るまで」 → 「確率微分方程式まで」

p. 191 脚注 2 行目 「数学として」 → 「基礎数学として」

p. 191 脚注 3 行目 「数学者の最大の会議である国際数学者会議 (ICM) では、数学最高の賞とされる」  
→ 「国際数学者連合 (IMU, International Mathematical Union) は 4 年毎に開く国際数学者会議 (ICM, International Congress of Mathematicians) で」

p. 191 脚注 5 行目 「90 歳の伊藤清先生」 → 「故伊藤清先生 (当時 90 歳)」

p. 209 l. 13 第 9 章 問 2 「 $R = 0.618$ 」 → 「 $R^2 = 0.618$ 」

p. 211 l. -6 第 11 章 問題番号 「1.」 → 「1. (1)」

p. 211 l. -3 「事後確率は、 $P[F_A | B] = \frac{P[B | F_A]}{P[B | F_A] + 1}$  となる。ここで」 → 「事後確率は、 $p = P[B | F_A]$  とおくと、 $P[F_A | B] = \frac{p}{p+1}$  となる。ここで  $F_A, F_B, F_C$  が排反で  $F_A \cup F_B \cup F_C = \Omega$  であることと」

p. 211 l. -1 「しかし、 $P[B | F_A]$ 」 → 「しかし、 $p$ 」

p. 212 l. 3 「たとえば、 $P[B | F_A] = 1$ 」 → 「たとえば、 $p = 1$ 」

p. 212 l. 5 「 $P[B | F_A] = 1/2$ 」 → 「 $p = 1/2$ 」

p. 212 l. 11 問 1 の (2) として以下の段落を新規挿入 → 「(2) 挑戦者が最初に選んだドアを  $a$ 、司会者が開けて見せた外れのドアを  $b$ 、もう一つを  $c$  において、 $F_A, F_B, F_C$  をそれぞれ、ドア  $a, b, c$  が当たりの事象とおき、 $B$  を司会者がドア  $b$  を開けてみせる事象とすれば、(1) と同じ計算になって、挑戦者がドアの選択を変更しないで当たる確率は  $P[F_A | B] = \frac{p}{p+1}$  である。同様にドア  $C$  に変更したとき当たる確率は  $P[F_C | B] = \frac{1}{p+1}$  となる (ドア  $B$  の可能性がないので、両者を合計すると 1 になる。)  $0 \leq p \leq 1$  なので、挑戦者はドアの選択を変更したほうが得である。」

問 1 (1) と同様に考えると、 $p$  は挑戦者が最初に当たりのドアを選んだ場合に司会者が残った二つのどちらのドアを開けるかについての癖を表す。 $p = 1/2$  のときランダムであり、 $p = 1$  のとき開けるドアを決めている (そのことを挑戦者が知っている)。プレイヤーのポジション (利害関係) に変更がない囚人の処刑問題では、看守がよぶんな情報を与えずに  $B$  と  $C$  のうちランダムに処刑される人を言えば ( $p = 1/2$ ) プレイヤーの情報が増えず確率が改善しないが、返事に癖があれば確率が変わる、

と結論を読んだ。モンティ・ホール問題では、同じ計算結果を、司会者が外れのドアを見せることで「消えた確率」 $1/3$ が、 $p = 1/2$ のときは（ドア a の確率が変わらないので）全て b に割り振られて挑戦者はポジションを変更したほうが有利になるが、司会者に極端な癖 ( $p = 1$ ) があると a と b に均等に割り振られる、と読むことになる。」

pp.215–218 参考文献を更新する。以下を参照。

## 参考文献

- [1] 服部哲弥，統計と確率の基礎

<http://www.math.tohoku.ac.jp/~hattori/gakjutu.htm>

<http://www.math.tohoku.ac.jp/~hattori/gkcorr.htm>

[1] は本書のためのウェブページ。関連資料や講義の様子などの情報を置いてある。その子ページに本書の訂正や補足の履歴を置いている。また、文献リストに新刊を追加するごとに紙数の（すなわち、値段の）都合もあって不本意ながら割愛する。同ページに置いた増刷時の訂正一覧表に過去の文献一覧を残す。訂正一覧表の他に、増刷時に訂正を最小限にするために本書に記すのを断念しているお名前や訂正の経緯も残してある。

- [2] 服部哲也，理工系の確率・統計入門，学術図書，2005。

- [3] 服部哲也，確率分布と統計入門，学術図書，2011。

- [4] 松本裕行，宮原孝夫，数理統計入門，学術図書，1990。

統計学の入門的教科書は恐ろしくなるほど多い。本書と同じ出版社にも [2, 3, 4] を含めて多数ある。[2, 3] の著者は本書著者と別人（いきさつは [1] に）。[4] は良い本だが、2011 年現在 Amazon.co.jp のデータに著者名が無い。同ネット書店ウェブでは表題と出版社名で検索できる。

- [5] 吉田伸生，確率論の基礎から統計へ，遊星社，2011 年 3 月。

- [6] 渡辺浩，使うための確率論入門，サイエンス社「数理科学」，2006 年 6 月号から連載。

- [7] 高岡浩一郎，藤田岳彦，穴埋め式確率・統計らくらくワークブック，講談社サイエンティフィク，2003。

- [8] 国沢清典編，確率統計演習（2 分冊）1 確率，2 統計，培風館，1966。

- [9] 小針晁宏，確率・統計入門，岩波書店，1973。

- [10] R. V. Hogg, A. T. Craig, J. McKean, *Introduction to Mathematical Statistics*, Prentice Hall, 2004. 数理統計学ハンドブック，豊田秀樹 監訳，朝倉書店，2006。

- [11] 服部哲弥，*Amazon ランキングの謎を解く* - 確率的な順位付けが教える売上の構造，化学同人，B6 版，224 頁，2011。

- [12] 楠岡成雄，確率・統計，森北出版（新数学入門シリーズ 7），1995。

- [13] Particle Data Group, *Review of particle properties*, Review of Modern Physics, **48–2**, Part II (1976) S1–S246; Rosenfeld, A.H., 1975, Ann. Rev. Nucl. Sci. 25, 555.

- [14] D. サルツブルグ，統計学を拓いた異才たち，竹内恵行，熊谷悦生共訳，日本経済新聞社，2006。

[5]—[10] は本書よりやややさしい入門教科書から本書よりやや立ち入った教科書のごく一部である。[5] は近刊の良書。[6] は具体例から入ることで引き込まれる構成になっていて、単行本化を期待したが実現していないのは残念。[7, 8] は人気の演習書，[9] は高校数 III 程度からていねいに数学的に

ギャップなしに解説した古典．本書で省略したスターリングの公式の初等的な証明も含まれる．問題にはいてない解答付き．[10] は詳しい（結果として分厚く，ゆえに，高い）入門的教科書．

[11] は本書で扱わなかった，流体力学極限の統計学への応用のある実践を扱う．本書に興味を持った読者に一つの続編として薦める．[12] は統計学そのものの考察を含む初等的だが示唆的な薄い本．絶版は残念．本書第 11 章はこの本に触発された．[13] は高エネルギー実験データを集計した報告集．本書第 6 章のシミュレーションは，この報告の最初にある年次変化のグラフを理解することが動機にあった．[14] は統計学の歴史書．数式を使わず，背後の精神に踏み込みつつ，新しい話題まで扱う．

[15] 熊谷隆，確率論，共立出版（新しい解析学の流れ），2003．

[16] 吉田伸生，ルベグ積分入門 - 使うための理論と演習，遊星社，2006．

[17] 服部哲弥，大学院入試問題と略解集「ルベグ積分」

<http://web.econ.keio.ac.jp/staff/hattori/inmon.htm>

[18] 関根順，数理ファイナンス，培風館，確率論教程シリーズ 7，2007．

[19] 藤田岳彦，ランダムウォークと確率解析，日本評論社，2008．

[20] 服部哲弥，ランダムウォークとくりこみ群，共立出版，2004.

数学に詳しいほうが数理統計学の理解も明快で早くなる．たとえば [15] は確率論を本格的に学ぶための入門教科書．現代確率論は測度論（ルベグ積分論）に基づいて組み立てられることで数学的にすっきりし強力な解析手段となった．ルベグ積分の入門教科書としてたとえば [16] がある．[17] はウェブに置いたルベグ積分の練習問題集．需要があるようなので紹介しておく．本書第 12,13 章は時間の関数の集合上の確率論，つまり確率過程論が背景にある．確率過程論に基づく数理ファイナンスの教科書としてたとえば [18] がある．ランダムウォークは初心者にはわかりやすいが，数学的美しさはブラウン運動に負ける．[19] はこの数学者心理の隙をついて，ブラウン運動の高度な数学をランダムウォークに美しく翻訳することに成功した．ランダムウォークは通常は増分の独立同分布性が解析の要だが，[20] は自己相似性と指数を中心においたくりこみ群解析を解説した．

[21] 伏見正則，確率的方法とシミュレーション，岩波書店（岩波講座応用数学 方法 10），1994．

[22] D. E. Knuth, *The art of computer programming*, 2nd ed., vol. 2, Addison-Wesley, Reading, MA, 1981.

[23] M. Matsumoto, T. Nishimura, *Mersenne twister: A 623 dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator*, ACM transactions on modeling and computer simulations **8** (1998) 3–30.

[24] L. Devroye, *Non-Uniform Random Variate Generation*, Springer, New York, 1986.

[25] 杉田洋，[http://homepage.mac.com/hiroshi\\_sugita/mcm.html](http://homepage.mac.com/hiroshi_sugita/mcm.html)

（擬似）乱数生成アルゴリズムは深い研究が行なわれてきた．[21] は入門書の例だが，絶版は残念．[22] は，本書原稿も利用する組版ソフト  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  の発明者としても有名な，計算機科学の大家による伝説的名著．一様乱数について，線形合同法は直前の数値から次の数値を定義したが，複数列のうまい線形結合によって周期や分布を改善できる（ $M$  系列乱数）．周期の長い  $M$  系列乱数としてメルセンヌ・ツイスターなどが発見された [23]．一様乱数が生成できれば原理的にはそれを利用して種々の分布に従う乱数が生成できるが，効率的に行なうには分布ごとに工夫を要する．[24] はそのための辞書本．絶版は残念．疑似乱数の主要な用途であるモンテカルロ法において一義的に重要なのは（周期や分布ではなく）近似が悪い確率が低いことであるが，この原理的認識が世に浸透しきれていないとすれば望ましくない．[25] はこの原点から出発して，モンテカルロ数値積分に向けた乱数の判断基準と実例を解説している．

[26] 政府統計の総合窓口 <http://www.e-stat.go.jp/>

[27] 気象庁 <http://www.jma.go.jp/jma/index.html>

[28] 地震調査研究推進本部，宮城県沖地震の長期評価

<http://www.jishin.go.jp/main/chousa/00nov4/miyagi.htm>

同，長期的な地震発生確率の評価手法について，2001

[http://www.jishin.go.jp/main/](http://www.jishin.go.jp/main/choukihyoka/01a/chouki0103.pdf)

[choukihyoka/01a/chouki0103.pdf](http://www.jishin.go.jp/main/choukihyoka/01a/chouki0103.pdf)

[29] 日本アクチュアリー会 <http://www.actuaries.jp/>

キーワードでウェブを検索すれば比較的新しい統計データの手軽な検索ができる．本書で引用したのは [26, 27, 28]．本書執筆当時は厚生労働省ウェブから人口動態調査データを容易に得たが，[26] の窓口から探すことに変わった．気象データは [27] から気象統計情報の中の過去の気象データ検索に入る．地震関係は [28] から引用した．都道府県警の捜査費は MSN 毎日インタラクティブの記事「都道府県警捜査費：3 分の 1 に激減」(2006 年 5 月 5 日 3 時 00 分更新，毎日新聞) の引用だったがリンクが切れた．アクチュアリー資格試験問題は解答付きの試験問題集をアクチュアリー会が販売している [29] ．