

ワルラス均衡の概念

ワルラス均衡とは、価格が完全に伸縮的であるという条件を備えた市場経済の、純粋競争均衡である。純粋競争というのは、だれも価格支配力もたない状況を指す。以下では、簡単な例を用いて、交換の均衡と生産の均衡の条件を明確にする。

1 交換の均衡

二人の交換主体 A, B のあいだで二種類の消費財 X, Y の交換が行われる経済を考えよう。X, Y の A による消費量を x_A, y_A , B による消費量を x_B, y_B としよう。それぞれの効用を u^A, u^B とすると、その値はそれぞれの消費量の関数として定まる。すなわち

$$u^A = u^A(x_A, y_A), \quad u^B = u^B(x_B, y_B) \quad (1)$$

一方、交換が行われる前に A は X を \bar{x}_A , Y を \bar{y}_A だけ、B は X を \bar{x}_B , Y を \bar{y}_B だけもっていたとしよう。X, Y の価格 p_x, p_y が定まると、A, B の交換の条件がつぎのように定まる。

$$p_x \bar{x}_A + p_y \bar{y}_A = p_x x_A + p_y y_A, \quad p_x \bar{x}_B + p_y \bar{y}_B = p_x x_B + p_y y_B \quad (2)$$

A, B は、この条件に服しながら、交換を通じてそれぞれの効用を最大化しようとする。

このような経済でワルラス均衡とは、つぎの条件を満たすように価格 (p_x^*, p_y^*) と主体の消費財保有量 $(x_A^*, y_A^*; x_B^*, y_B^*)$ が定まっている状態である。

1. A, B の消費財保有量 $(x_A^*, y_A^*; x_B^*, y_B^*)$ は、価格 (p_x^*, p_y^*) が定める交換の条件の下で、それぞれの効用を最大化している。

$$p_x^* \bar{x}_A + p_y^* \bar{y}_A = p_x^* x_A^* + p_y^* y_A^* \text{ を満たす } x_A^*, y_A^* \text{ に対して } u^A(x_A^*, y_A^*) \geq u^A(x_A, y_A)$$

$$p_x^* \bar{x}_B + p_y^* \bar{y}_B = p_x^* x_B^* + p_y^* y_B^* \text{ を満たす } x_B^*, y_B^* \text{ に対して } u^B(x_B^*, y_B^*) \geq u^B(x_B, y_B)$$

2. 需要と供給が均衡している。

$$\bar{x}_A + \bar{x}_B = x_A^* + x_B^*, \quad \bar{y}_A + \bar{y}_B = y_A^* + y_B^*$$

(p_x^*, p_y^*) を均衡価格, $(x_A^*, y_A^*; x_B^*, y_B^*)$ を均衡配分という。交換の制約 (2) から明らかなように、もし (p_x^*, p_y^*) が均衡価格であれば任意の $\lambda > 0$ に対して $(\lambda p_x^*, \lambda p_y^*)$ も均衡価格である。要するにワルラス均衡を規定するのは価格の絶対水準ではなく、その比率である。

ワルラス法則の成立を確かめよう。A, B の効用をそれぞれの制約条件の下で最大化する X と Y の量が、それぞれの需要量である。需要量が、X と Y の価格比 p_x/p_y のみの関数として定まることは明らかであろう。それらを $D_x^A, D_x^B, D_x^A, D_x^B$ とすると、それらが交換の制約条件 (2) に服することから、

$$D_x = D_x^A + D_x^B, \quad D_x = D_x^A + D_x^B, \quad \bar{x}_A + \bar{x}_B = \bar{x}, \quad \bar{x}_A + \bar{x}_B = \bar{x}$$

とするとつぎの等式が得られる。これがワルラス法則である。

$$p_x(D_x - \bar{x}) + p_y(D_y - \bar{y}) = 0 \quad (3)$$

この経済にもし外部性がなければ，ワルラス均衡の配分はパレート最適である．このことはつぎのようにして確かめられる．まず主体の効用最大化について見ると， A, B はそれぞれ (2) の制約に服しながら (1) の最大化をするから，ワルラス均衡ではつぎの条件が成り立っている．

$$\frac{u_x^A}{u_y^A} = \frac{p_x}{p_y}, \quad \frac{u_x^B}{u_y^B} = \frac{p_x}{p_y} \quad (4)$$

すなわち A, B の限界代替率は，共通の価格比 p_x/p_y を通じて，均衡において等しくなっている．これを式で書くとつぎのとおりである．

$$\frac{u_x^A}{u_y^A} = \frac{u_x^B}{u_y^B} \quad (5)$$

一方需要供給の均衡条件から，ワルラス均衡では，経済に存在する消費財はすべて配分しつくされていることが分かる．したがって，ワルラス均衡の配分はパレート最適の配分である．

2 生産の均衡

一つの家計と一つの企業からなる経済を考えよう．生産物は一種類の消費財のみであり，生産要素は労働のみであるとする．さらに，家計は余暇と労働とに配分出来る時間を a だけ持っているとしよう．いま，家計が供給する労働量を n ，余暇の消費を b とすると $a = n + b$ である．このような経済について，家計の効用関数はつぎのように書くことが出来る．

$$u = u(b, c), \quad b = a - n \quad (6)$$

家計はこの効用関数の値を，交換の制約条件

$$\pi + wa = wb + pc, \quad \text{または} \quad \pi + wn = pc \quad (7)$$

の下で最大化するように余暇の消費量 b と消費財の消費量 c を決定する． b の決定を通じて労働供給量 n が決定されることは明らかであろう．一方企業は利潤

$$\pi = py - wl \quad (8)$$

を生産技術の制約条件

$$y = f(l) \quad (9)$$

の下で最大化するように労働雇用量 l と生産量 y を決定する．

このような経済でワルラス均衡とは，つぎの条件を満たすように価格 (w^*, p^*) と主体の労働供給量と消費量，労働雇用量，消費財生産量 $(n^*, c^*; l^*, y^*)$ が定まっている状態である．

1. 家計の余暇消費量 b^* または労働供給量 n^* と消費量 c^* は，賃金率 w^* と生産物価格 p^* が定める交換の条件の下で効用を最大化している．

$$\pi^* + w^*a - w^*b - p^*c = 0, \quad \pi^* = p^*y^* - w^*l^* \quad \text{を満たす } b, c \text{ に対して } u(b^*, c^*) \geq u(b, c)$$

または

$$\pi^* + w^*n - p^*c = 0, \quad \pi^* = p^*y^* - w^*l^* \quad \text{を満たす } n, c \text{ に対して } u(n^*, c^*) \geq u(n, c)$$

2. 企業の労働雇用量 l^* と消費財生産量 y^* は、賃金率 w^* と生産物価格 p^* が定める交換の条件の下で利潤を最大化している。

$$f(l) - y = 0 \text{ を満たす } l, y \text{ に対して } p^*y^* - w^*l^* \geq p^*y - w^*l$$

3. 需要と供給が均衡している。

$$a = b^* + l^*, \quad y^* = c^*$$

または

$$n^* = l^*, \quad y^* = c^*$$

(w^*, p^*) を均衡価格, $(n^*, c^*; l^*, y^*)$ を均衡配分という。交換の制約 (7) および利潤の定義 (8) から明らかのように, 交換の均衡と同様, ワルラス均衡を規定するのは価格の絶対水準ではなく, その比率である。

ワルラス法則の成立を確かめよう。 $n = a - b$ であることを考慮すると, 交換の制約 (7) および利潤の定義 (8) からつぎの等式が得られる。これがワルラス法則である。

$$w(b + l - a) + p(c - y) = 0, \quad \text{または} \quad w(l - n) + p(c - y) = 0 \quad (10)$$

交換の均衡と同じように, もし外部性がなければ, ワルラス均衡の配分はパレート最適である。まず, 家計の効用最大化, 企業の利潤最大化から

$$\frac{u_b(b, c)}{u_c(b, c)} = \frac{w}{p}, \quad f'(l) = \frac{w}{p} \quad (11)$$

したがって

$$\frac{u_b(b, c)}{u_c(b, c)} = f'(l) \quad (12)$$

一方需要供給の均衡条件から, ワルラス均衡では資源がすべて配分しつくされていることが分かる。

3 時間と不確実性

ワルラス均衡の概念は, 取り引きの対象となるさまざまな財や用役を, 物的な性質で分類するだけではなく, さらに取り引きの時点および環境状態にしたがって分類すると, 時間と不確実性のある経済に拡張することが出来る。このことを最も明確に示しているのがドゥブルウ (1959) である。

各時点と各環境状態ごとの取り引きを実現する市場がすべてそろっている経済を市場が完備した complete market 経済という。

参考文献

Gerard Debreu (1959) *Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*. New York: John Wiley. Chapters 5 and 7.