記述問題 1

1901 年に始まったノーベル賞には，物理学賞，化学賞，生理学・医学賞，文学賞，平和賞の 5 つがあります．1968 年にアルフレッド・ノーベル記念経済学スウェーデン銀行賞が創設され，ノーベル経済学賞と通称されています．この受賞者を経済学賞とそれ以外に分けてみたところ，以下のような分布となりました．ここではこの分布を標本分布ではなく母集団分布とみなして，以下の問いに答えなさい．

表 1: ノーベル賞受賞者の分布：1969-2001

	アメリカ国籍（$Y=0$）	非アメリカ国籍（$Y=1$）	合計
経済学賞（$X=0$）	0.118	0.049	0.167
経済学賞以外（$X=1$）	0.345	0.488	0.833
合計	0.463	0.537	1.00

1. $E(Y)$ を計算しなさい．その値はどのような意味をもつか，簡単に述べなさい．
2. $E(Y|X=1)$ と $E(Y|X=0)$ を計算しなさい．それぞれの値の意味を簡単に述べなさい．
3. ノーベル賞受賞者のひとりをランダムに捕まえてきたところ，この天才はアメリカ市民ではありませんでした．この人物がノーベル経済学賞を受けている確率を求めなさい．

記述問題 2

新古典派の成長理論では，貯蓄率と人口成長率が等しければ一人当たり所得は同じ水準に収束することが予測されます．このような仮説は収束仮説（convergence hypothesis）と呼ばれますが，その検証方法の一つは成長率を初期の所得水準で回帰するというものです（Barro regression）．もし収束仮説が成り立っていれば，初期の所得水準が小さいほど成長率が高くなります．そこで，104ヶ国のデータを用い，被説明変数を GDP の平均成長率（1960〜1990 年），説明変数を 1960 年時点での一人当たり GDP 水準（アメリカの GDP で除して基準化したもの）とした単回帰を行いました．OLS 推定の結果は以下のとおりでした（カッコ内は分散不均一性に頑健な標準誤差）

$$\widehat{\text{成長率}}_i = \underset{(0.004)}{0.019} - \underset{(0.0073)}{0.0006} \times 60\text{年時点の GDP}_i, \quad R^2 = 0.00007, \quad \text{SER} = 0.016$$

以下の問いに答えなさい．

1) 誤差の分散を均一と仮定して同様の推定を行いました．切片と傾きの推定値を求めなさい．また，上記の推定結果と比べてどちらが信用できるか，説明しなさい．

2) この単回帰の結果だけから判断して，収束仮説は支持されるか，検定しなさい．

3) 次に，OECD の 24ヶ国のデータのみを用いて分析を行ったところ，以下のような結果を得ました．

$$\widehat{\text{成長率}}_i = \underset{(0.004)}{0.048} - \underset{(0.0063)}{0.0404} \times 60\text{年時点の GDP}_i, \quad R^2 = 0.82, \quad \text{SER} = 0.0046$$

こちらの結果と (2) の結果の 2 つから，収束仮説の成立についてどのように考えればよいか，述べなさい（ヒント：omitted variable bias に注目しなさい）．

記述問題 3[1]

ある国の都市 i の人口規模を $S(i)$ とします．ただし，添え字 i は $S(1) > S(2) > \cdots > S(n)$ が成り立つように設定します．つまり，$S(1)$ はその国でもっとも人口の多い都市の人口規模です．人口規模 $S(i)$ と順位 i をそれぞれ対数変換して回帰したモデルをランクサイズ回帰モデルと呼びます．すなわち，人口規模の対数を $s(i) = \log S(i)$，順位の対数値を $j = \log(i)$ とかくと，単純なランクサイズ回帰モデルは，単回帰

$$s(i) = \beta_0 + \beta_1 j + u_i$$

と書くことができます．さて，都市の人口の分布がパラメタが 1 のパレート分布に従うとき，$\beta_1 = -1$ となることが分かっています．このとき，この単回帰モデルを OLS で推定すると，OLS 推定量 $\hat{\beta}_1$ は一致推定量となると思われますか．これまでに扱った単回帰モデルの前提と比べて，説明しなさい．[2]

[1] この問題は，小西葉子・西山慶彦（2008）「ランクサイズ回帰の検定について」（学術創成研究プロジェクトワーキングペーパー）から着想を得ています．

[2] 実際には，多くの国では $\hat{\beta}_1 = -1$ に近い推定値が得られ，このような法則は Zipf's law（ジップの法則）と呼ばれている．