基礎マクロ経済学　練習問題［第３回］解答例

担当：別所俊一郎

1　貨幣のあるマクロモデル

Unit 16, 17 で展開されているマクロモデルを考えよう．

(1) 家計が 2 財の組み合わせから効用を得るとするとき，予算制約式を

$$p_A x_A + p_B x_B = I$$

と表現してから考えることがある．182 ページの家計の最大化問題について，$x_A = (m_{t+1}/P_t)$，$x_B = c_{o,t+1}$ とみなすとき，p_A, p_B, I にはなにが対応するか，予算制約式を変形して求めよ．

(2) 家計の効用関数が

$$u(x_A, x_B) = (x_A)^{\theta}(x_B)^{1-\theta}$$

と表現され，予算制約式が上と同じく $p_A x_A + p_B x_B = I$ であるとき，各財への支出額は価格 (p_A, p_B) に依存しないことを示せ．

(3) (1), (2) の結果を利用して，182 ページの家計の最大化問題の解を求め，184〜185 ページの解と一致することを確認せよ．

(4) 実質貨幣の需要関数が，賃金率 w_t の増加関数であり，名目利子率 i_{t+1} の減少関数であることを，

$$\frac{\partial(m_{t+1}/P_t)}{\partial w_t}, \quad \frac{\partial(m_{t+1}/P_t)}{\partial i_{t+1}}$$

の符号を調べて確認せよ．

(5) 減価償却がゼロであるとき，粗投資と資本ストックとのあいだには

$$I_t = K_{t+1} - K_t$$

が成り立つ．家計と企業の最大化問題の 1 階の必要条件と予算制約式から，

$$I_t = Y_t - C_t + N_{t-1}\frac{m_t}{P_t} - N_t\frac{m_{t+1}}{P_t}$$

を示せ．ここから，$N_{t-1}m_t = N_t m_{t+1}$ であれば，$I_t = S_t$ が成り立つことを示せ．

(1) 家計の予算制約式は

$$a_{t+1} = w_t - \frac{m_{t+1}}{P_t}, \quad c_{o,t+1} = (1 + r_{t+1})a_{t+1} + \frac{m_{t+1}}{P_{t+1}}$$

である．第 2 式の両辺を $1 + r_{t+1}$ で除して移項したものを第 1 式に代入すると，

$$\frac{c_{o,t+1}}{1 + r_{t+1}} - \frac{1}{1 + r_{t+1}} \frac{m_{t+1}}{P_{t+1}} = w_t - \frac{m_{t+1}}{P_t}$$

左辺第 2 項を書き変えつつ，右辺第 2 項を左辺に移項しすると，

$$\frac{c_{o,t+1}}{1 + r_{t+1}} - \frac{1}{1 + r_{t+1}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \frac{m_{t+1}}{P_t} + \frac{m_{t+1}}{P_t} = w_t$$

インフレ率の定義 $1 + \pi_{t+1} = P_{t+1}/P_t$ より，

$$\frac{c_{o,t+1}}{1 + r_{t+1}} - \frac{1}{1 + r_{t+1}} \frac{1}{1 + \pi_{t+1}} \frac{m_{t+1}}{P_t} + \frac{m_{t+1}}{P_t} = w_t$$

フィッシャー方程式 $(1 + r_{t+1})(1 + \pi_{t+1}) = 1 + i_{t+1}$ より，

$$\frac{c_{o,t+1}}{1 + r_{t+1}} - \frac{1}{1 + i_{t+1}} \frac{m_{t+1}}{P_t} + \frac{m_{t+1}}{P_t} = w_t$$
$$\frac{c_{o,t+1}}{1 + r_{t+1}} + \left(1 - \frac{1}{1 + i_{t+1}}\right) \frac{m_{t+1}}{P_t} = w_t$$
$$\frac{c_{o,t+1}}{1 + r_{t+1}} + \left(\frac{i_{t+1}}{1 + i_{t+1}}\right) \frac{m_{t+1}}{P_t} = w_t$$

よって，

$$p_A = \frac{i_{t+1}}{1 + i_{t+1}}, \quad p_B = \frac{1}{1 + r_{t+1}}, \quad I = w_t$$

が対応する．

(2) 家計の最大化問題は

$$\max u(x_A, x_B) = (x_A)^\theta (x_B)^{1-\theta}, \quad \text{subject to} \quad p_A x_A + p_B x_B = I$$

であるから，ラグランジアン[1]を

$$\mathcal{L} = (x_A)^\theta (x_B)^{1-\theta} + \lambda(I - p_A x_A + p_B x_B)$$

とおくと，最適化の 1 階の必要条件は，

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_A} = \theta (x_A)^{\theta-1} (x_B)^{1-\theta} - p_A = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_B} = (1 - \theta)(x_A)^\theta (x_B)^{-\theta} - p_B = 0$$

[1]基礎ミクロ経済学を履修しておらず，この解法がよくわからないひとは，予算制約を効用関数に代入して微分してください．同じ答えが出ます．

それぞれ移項して，

$$\theta(x_A)^{\theta-1}(x_B)^{1-\theta} = p_A, \quad (1-\theta)(x_A)^{\theta}(x_B)^{-\theta} = p_B$$

辺辺除すと，

$$\frac{\theta}{1-\theta}\frac{(x_A)^{\theta-1}(x_B)^{1-\theta}}{(x_A)^{\theta}(x_B)^{-\theta}} = \frac{p_A}{p_B} \quad \Longrightarrow \frac{\theta}{1-\theta}\frac{x_B}{x_A} = \frac{p_A}{p_B}$$

書き直すと，

$$\frac{p_A x_A}{p_B x_B} = \frac{\theta}{1-\theta}$$

よって，各財への支出額の比は価格によらず一定であり，所得 I が変化しなければ支出額は変化しない．

(3) (2) の結果から，各財の需要量は，

$$x_A = \theta\frac{I}{x_A}, \quad x_B = (1-\theta)\frac{I}{x_B}$$

となる．(1) で得た対応を代入してみると，

$$\frac{m_{t+1}}{P_t} = \theta\frac{w_t}{\frac{i_{t+1}}{1+i_{t+1}}} = \frac{\theta w_t(1+i_{t+1})}{i_{t+1}}$$

$$c_{o,t+1} = (1-\theta)\frac{w_t}{\frac{1}{1+r_{t+1}}} = (1-\theta)w_t(1+r_{t+1})$$

となり，183〜185 ページの解と一致する

(4) それぞれ偏微分してみると，i_{t+1} は正だから，

$$\frac{\partial(m_{t+1}/P_t)}{\partial w_t} = \frac{\partial}{\partial w_t}\left(\frac{\theta w_t(1+i_{t+1})}{i_{t+1}}\right) = \frac{\theta(1+i_{t+1})}{i_{t+1}} > 0$$

$$\frac{\partial(m_{t+1}/P_t)}{\partial i_{t+1}} = \theta w_t\left[\frac{1}{i_{t+1}} - \frac{(1+i_{t+1})}{i_{t+1}^2}\right] = \theta w_t\left[-\frac{1}{i_{t+1}^2}\right] < 0$$

(5) 減価償却がないときの資本の遷移方程式

$$I_t = K_{t+1} - K_t$$

に r_tK_t を引いて足して，資本市場の均衡条件 $K_{t+1} = N_t a_{t+1}$ を用いると，

$$I_t = K_{t+1} - (1+r_t)K_t + r_tK_t = N_t a_{t+1} - N_{t-1}(1+r_t)a_t + r_tK_t$$

a_{t+1} について，t 期の予算制約式より，

$$I_t = N_t(w_t - m_{t+1}/P_t) - N_{t-1}(c_{o,t} - m_t/P_t) + r_tK_t \tag{1}$$

分配面の三面等価と労働市場の均衡条件，マクロ変数の定義式より，

$$\begin{aligned} I_t &= w_t N_t + r_t K_t - N_{t-1} c_{o,t} - N_t \frac{m_{t+1}}{P_t} + N_{t-1} \frac{m_t}{P_t} \\ &= Y_t - C_t + N_{t-1} \frac{m_t}{P_t} - N_t \frac{m_{t+1}}{P_t} \end{aligned}$$

$N_{t-1} m_t = N_t m_{t+1}$ であれば,

$$I_t = Y_t - C_t = S_t$$

となって，所望の式を得る．

2 インフレーションのコスト，マンデル＝トービン効果

Unit 16, 17 で展開されているマクロモデルを考えよう．191 ページにあるように，このモデルでは，インフレ率が高くなると一人当たり資本ストックが大きくなる．したがって，このモデルでは，ハイパーインフレーションが起きると資本ストックが大きくなり，生産量が増えることになるが，実際にはハイパーインフレーションは経済の混乱をもたらしてきた．このモデルで見落とされているインフレーションのコストにはどのようなものがあるか，述べよ．(Hint：ほかのマクロ経済学の教科書，たとえばマンキュー『マクロ経済学１』第 2 部第 5 章「貨幣とインフレーション」のうち，5-6，5-7 を参考にしなさい.)

マンキュー『マクロ経済学１』にしたがえば，予想されたインフレーションの費用として以下のようなものがある．

(1) インフレ率の上昇は貨幣保有の機会費用を増大させ，貨幣保有を減少させる．取引のために保有する貨幣量が減少すれば，取引のたびに貨幣を用意する「回数」が増えてしまう．この不便さは，銀行に行く費用になぞらえて靴底コスト（shoeleather cost）と呼ばれる．

(2) インフレ率が高ければ，名目価格をしばしば変更しなければならない．名目価格の変更には，新しいカタログの印刷や，自動販売機の設定変更などの費用がかかる．これらの費用はまとめて，メニューコスト（menu cost）と呼ばれる（unit 20）.

(3) メニューコストがかかるために名目価格の変更がそれほどしばしば行われないとすれば，名目価格が変更されないあいだに実質価格が変化してしまい，相対価格が変化してしまう．このようなとき，名目価格は実質的な価格を反映しなくなってしまうので，価格メカニズムが十分に機能せず，ミクロ経済学的な意味での非効率性が発生する．

(4) 名目価格と一般的な物価水準がわかれば実質価格は計算できるとはいうものの，実際に観察されやすいのは名目価格なので，実質価格に基づく意思決定の手間が増える．また，税法などの制度は一般的には名目価格を基準に設計されているので，実質価格の変化に対応との乖離を利用した節税・脱税行動を誘発する．また，所得税ではインフレーションによって適用される限界税率が自動的に上昇してしまう（ブラケットクリープ）.

さらに，予想されないインフレーションの変化は以下のような副作用をもたらす．

(1) 資産の実質的な利回りは，名目的な利回りからインフレ率を差し引いて求める（フィッシャー方程式）．もし，資金の貸し借りに際して，その金利が名目金利で定められていれば，インフレ率が予期したよりも高ければ実質的な利子率は低くなってしまう．このことは，借り手にとっては債務の元利負担が実質的に減少することを意味しているし，貸し手にとっては元利償還が実質的に減少することを意味している．すなわち，貸し手から借り手への富の再分配が発生している（デフレなら逆に，借り手から貸し手への再分配が発生する）．

(2) このロジックは，一般的な債権者に広く当てはまる．たとえば，名目額で富を受け取ることになっている年金生活者や，すでに労働を提供した労働者，国債の購入者などである．とくに，名目債で発行されている国債の保有者，あるいは利子率がつかない貨幣の保有者から政府部門への富の再分配は「インフレ税」と呼ばれる．

(3) 一般に，インフレ率が高いほど，インフレ率の変動が大きいため，予期しないインフレ，あるいは予想と異なるインフレが発生しやすい．そのため，インフレ率が高いほど実質的な富の移転が，経済主体の意図しない形で，発生しやすい．

ここまで述べてきたようなコストは，マイルドなインフレのもとではそれほど問題にはならないかもしれない．しかし，ハイパーインフレーションにおいては，これらの費用が，予想されたインフレに対するものであっても，非常に大きなものとなってしまう．

3 貨幣の中立性

Unit 16, 17 で展開されているマクロモデルを考えよう．経済が t 期には定常状態にあると仮定して，次のような変化を考えてみよう．

(1) 次の $t+1$ 期にマネーサプライ M_{t+1} が増え，インフレ率 i_{t+1} がこれまでより高くなることになった．k_{t+1} はどのような水準になるか，図 5-6 と同様の図を用いて説明せよ．

(2) $t+2$ 期にはマネーサプライ M_{t+2} の増え方が減り，インフレ率 i_{t+2} は元の水準 i_t に戻ることになった．k_{t+2} はどのような水準になるか，図 5-6 と同様の図を用いて説明せよ．また，元の水準 i_t に戻ったあとに到達する定常状態はどこになるか，同じく図 5-6 と同様の図を用いて説明せよ．

(3) 定常状態に到達した遠い将来を考えよう．(1) で想定した一時的なマネーサプライの増加とインフレ率の上昇がある場合とない場合を比較すると，(2) でみたように，$\bar{k}$ の水準には違いはない．しかしマネーサプライの水準は，一時的な増加の影響を受けて，異なっている．したがって，マネーサプライの水準が異なっても，インフレ率が

等しければ同じ $\bar{k}$ が達成される．なぜこのようなことになるのか，説明せよ．(Hint：Unit 19 で説明します.）

(1) 図 5 − 6 と同様に，インフレ率の上昇によって遷移式が上へシフトするので，k_{t+1} は k_t より高い水準となる．

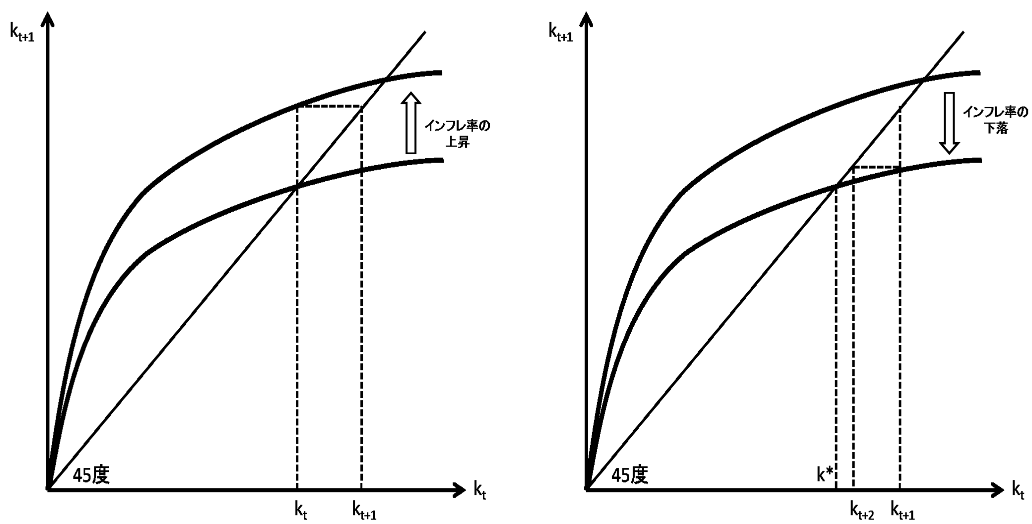

図 1: インフレ率の上昇（左），下落（右）

(2) インフレ率の下落によって遷移式が下へシフトするので，k_{t+2} は k_{t+1} より低い水準となる．t 期のときの資本の遷移方程式に戻ることになるので，新たに到達する定常状態での k は，t 期で実現していた定常状態の k と同じ水準になる．

(3) Unit 16, 17 で展開されているマクロモデルでは，企業は実質価格に，家計は実質貨幣残高とインフレ率にのみ反応しており，また各市場は機能している．したがって，名目貨幣残高だけの変化に反応する経済主体は存在せず，インフレ率と実質貨幣残高が等しければ，マネーサプライの水準が異なっていても定常状態は同じになる．