公的年金 (2)[1]

別所俊一郎[2]

M14.5. マクロな生産ショックの世代間シェア

マクロな生産ショックが存在するとき，現役世代と引退世代が賦課方式の公的年金によってその果実を分配すれば，マクロな生産変動のリスクを世代間でシェアすることができる．ここでは，労働を唯一の生産要素とし，fiat money が存在する世代重複モデルでその効果を確認してみる（Enders ad Lapan 1982）．

2 期間世代重複モデルを考える．各世代の人口規模は N で一定で，世代内の異質性は存在しない．各個人は 1 期目のみ働くとし，効用関数は以下のような線形対数で与えられるとする（元論文はより一般的な CES 型を仮定）．

$$u_t = \ln(1-\ell_t) + \ln c_t^t + \lambda c_t^{t+1}, \quad \lambda \le 1$$

労働 ℓ は唯一の生産要素であり，各個人の生産量は以下の線形関数で表現される．

$$q_t = A_t \ell_t, \quad E[A_t] = 1$$

A_t は生産技術を表し，i.i.d. の確率変数であってその時点の個人に共通とする．経済には A_t についての不確実性が存在するが，各個人は合理的な期待形成（rational expectation）を行って c_t^t, c_t^{t+1}, ℓ_t を選ぶ．

公的年金制度は，1 期目の労働所得の一定割合 τ を拠出する賦課方式として運営される．1 期目の個人の税引後所得は

$$y_t = p_t A_t \ell_t (1-\tau)$$

である．2 期目の給付総額 R_{t+1} と各個人の給付額 r_{t+1} は

$$R_{t+1} = \tau p_{t+1} A_{t+1} L_{t+1}$$
$$r_{t+1} = \tau p_{t+1} A_{t+1} L_{t+1} (\ell_t / L_t)$$

生産される財は perishable で，貯蓄の手段としては利用できない．その代り法定貨幣 fiat money が存在して価値保蔵手段として利用される．money supply を $\bar{M}$ で一定とすると，t 期の財市場の均衡条件は，

$$\frac{\bar{M} + R_t}{p_t} + c_t^t N = A_t L_t$$
$$\frac{\bar{M}}{p_t} = A_t L_t (1-\tau) - c_t^t N$$

[1]

[2]bessho [at] econ.hit-u.ac.jp．間違いがあったらすぐにお知らせください．

リスクがない場合

生産技術にリスクがなく，$A_t = 1$ であるとすれば，$p_t = p_{t+1}$, $L_{t+1} = L_t = N\ell_t$ なので，給付額は

$$r_{t+1} = \tau p \ell_t$$

であり，1 期目と 2 期目の予算制約はそれぞれ,

$$c_t^{t+1} = m + r_{t+1} = m + \tau p \ell_t$$
$$c_t^t + m = y_t = p\ell_t(1-\tau)$$

整理すると

$$c_t^t + c_t^{t+1} = p\ell_t$$

となって，効用関数の形状によらず τ の大きさは個人の行動を変化させない．これは，貯蓄と公的年金が完全代替の関係になるから．

リスクがある場合

マクロリスク A_t の実現と意思決定の順序を以下のように仮定する．

- ℓ_t を決める$\rightarrow$ A_t, p_t が決まる$\rightarrow$ c_t^t を決める$\rightarrow$ $t+1$ 期へ

t 世代の $t+1$ 時点での予算制約は

$$c_t^{t+1} = \frac{p_t(A_t\ell_t(1-\tau) - c_t^t) + r_{t+1}}{p_{t+1}}$$

Stationary な均衡だけ考えることにして，$L_{t+1} = L_t = N\ell_t = L$ とおく．このとき,

$$r_{t+1} = \tau p_{t+1} A_{t+1}(L/N)$$

ここで，1 期目の平均消費性向を x_t とおく．すなわち，$x_t = \frac{c_t^t}{A_t\ell_t}$.

この定義を用いると財市場の均衡式は

$$\frac{\bar{M}}{p_t} = A_t L_t(1-\tau) - c_t^t N = A_t L_t(1-\tau) - x_t A_t \ell_t N$$
$$= A_t L(1-\tau-x_t)$$

τ を所与とするとき，定常合理的期待均衡（stationary rational expectation equilibrium）は $x(A), p(A), \ell$ の組合せで以下を満たすものと定義される．

$$\text{財市場の均衡式}:(1-\hat{x}(A))AN\hat{\ell} = \frac{\bar{M}}{p(A)} + \tau AN\hat{\ell}$$
$$\text{最適な消費選択}:\hat{x}(A,\ell) = \mathrm{argmax}_s \left\{ \ln(1-\ell) + \ln(A\ell s) + \lambda E_{A'}\left[\ln\left(\frac{p(A)}{p(A')}A\ell(1-\tau-s) + \tau A'\ell\right)\right]\right\}$$
$$\text{最適な労働選択}:\hat{\ell} = \mathrm{argmax}_\ell E_{A,A'}\left[\ln(1-\ell) + \ln(A\ell x(A,\ell)) + \lambda \ln\left(\frac{p(A)}{p(A')}A\ell(1-\tau-x(A,\ell)) + \tau A'\ell\right)\right]$$

最適な消費選択についての FONC より，

$$\frac{A\ell}{A\ell x(A)} = \lambda E_{A'}\left[\frac{A\ell(p(A)/p(A'))}{(p(A)/p(A'))A\ell(1-\tau-x(A))+\tau A'\ell}\right]$$

財市場の均衡条件から

$$p(A) = \frac{\bar{M}}{(1-\tau-x(A))AN\hat{\ell}}$$

なので，代入して整理すると，

$$\frac{(1-\tau-x(A))}{x(A)} = \lambda E_{A'}\left[\frac{(1-\tau-x(A'))}{x(A')}\right]$$

この式の解として以下の 2 つがある．

- $\hat{x} = 1-\tau$：1 期目の手取りの所得を 1 期目にすべて消費してしまう解．Fiat money が価値をもたない均衡（non-monetary equilibrium）で，money が価値をもたないという期待形成が self-fulfilling になっている．τ が特定の値をとるとき以外は非効率な均衡.
- $\hat{x} = \frac{1}{1+\lambda}$：$\hat{x} < 1-\tau$ となっていれば，fiat money が価値をもつ均衡（monetary equilibrium）．τ があるていどより大きいときにはこの均衡は存在しない．対数線形効用関数を特殊形として含む CES 型効用関数のもとでは，この均衡を与える $\hat{x}$ は A に依存する．

それぞれの解を最適な労働供給についての条件式に代入して ℓ について解けば，最適な労働供給量を求めることができる．

Non-monetary 均衡が効率的となるような公的年金の水準が存在

- $\tau^* = 1 - \frac{1}{1+\lambda}$ とおけば，上の 2 つの $\hat{x}$ は一致するので，non-monetary 均衡も効率的となる
- Fiat money が信用されない代わりに，公的年金制度が信用されるのが理由.

CES 型効用関数では，上述の τ^* より小さな τ について，公的年金の規模が拡大するほど期待効用が増大

- 危険回避的な CES 型効用関数を想定すると，公的年金のもつ世代間のリスクシェアリング機能が期待効用を増加させる
- ここでの賦課方式の公的年金の給付額は，引退時点での マクロショックの大きさに依存し，現役時代の保険料は 現役時点での 生産物の一定比率を拠出していることに注意.
- 対数線形の効用関数では，公的年金制度の規模（τ の大きさ）は期待効用に影響しない
- CES 型効用関数では，消費性向 $x(A)$ はマクロショックの実現値 A に依存．上述の τ^* より小さな τ では世代間のリスクシェアリングは完全ではない.

M14.6. 寿命の不確実性と情報の非対称性

- 寿命に不確実性があるとき，それぞれの長生きリスクに応じた年金が存在し，それぞれの年金が保険数理的に公正（actuarially fair）であれば，社会厚生は増加する（Scheshinski and Weiss 1981）.
- 各個人の長生きリスクが public information であって，保険会社と被保険者のあいだに情報の非対称性が存在しなければ，公的年金を導入しなくても私的年金が存在しうる.
- 管理費用などの点で私的年金が保険数理的に公正な保険を提供するのに不利な立場にあれば，公的年金の存在意義もある（Karni and Zilcha 1986）かもしれない.
- 個人の長生きリスクが私的情報であるために adverse selection が存在し[3]，私的保険のみでは非効率な分離均衡（separating equilibrium, Rothschild and Stiglitz 1976）が発生してしまうとき，公的年金の存在意義がある（Eckstein et al. 1985）.

ここでは，年金にかかわる adverse selection についてみてみよう（Eckstein et al. 1985）.

- 2 期間モデルを考える．消費者はタイプ A とタイプ B が存在して，人口比は $1:\gamma$
- 消費者全員が endowment ω を 1 期初に受け取り，これを 2 期間に配分.
- 2 期目に生き残る確率を $\rho_i (i = A, B)$ とし，$0 < \rho_A < \rho_B < 1$．年金保険の観点からはタイプ B のほうがハイリスク.
- 各個人のタイプは私的情報で，外からは区別がつかない.
- 定常状態だけ考える.
- 効用関数は，同一の期間効用 u を使って，$U^i = u(c_1^i) + \rho_i u(c_2^i)$

Pareto 最適

Pareto 最適な配分を求めると，

$$\max u(c_1^A) + \rho_A u(c_2^A),$$
$$\text{subject to} \quad c_1^A + \rho_A c_2^A + \gamma(c_1^B + \rho_B c_2^B) = (1+\gamma)\omega$$
$$u(c_1^B) + \rho_B u(c_2^B) = \bar{U}$$

を解けばよいから，FONC を整理すると，

$$\frac{u'(c_1^A)}{u'(c_2^A)} = \frac{u'(c_1^B)}{u'(c_2^B)}$$

が成り立てばよい．この均衡は，利回りが $\frac{1}{\rho_A}, \frac{1}{\rho_B}$ の私的年金をそれぞれが購入することによって達成される.

[3] 年金を購入することで健康のための行動がおろそかになり，長生きリスクが変化する moral hazard の可能性もある.

分離均衡

年金の購入を $\{a, \zeta\}$ で表わす．a は年金の購入量，ζ は年金の利回りを表す．$\{a, \zeta\}$ の年金を購入したときの期待効用は，

$$V(a, \zeta) = u(\omega - a) + \rho_i u(\zeta a)$$

$c_1^i - c_2^i$ 平面上に無差別曲線を描くと，その傾きは

$$\frac{dc_1^i}{dc_2^i} = -\rho_i \frac{u'(\zeta a)}{u'(\omega - a)}$$

となるので，タイプ B の無差別曲線のほうが傾きが大きい．

情報の非対称性があるときの契約均衡（contract equilibrium）を次の条件を満たすものとする

- 均衡での年金契約はいずれも負の利潤をもたらさない
- 均衡以外の年金契約はいずれも正の利潤をもたらさない

このとき，以下が成立する．

(1) Pooling 均衡は存在しない

(2) 均衡が存在すれば分離均衡であり，タイプ A は $\{a_1, \frac{1}{\rho_A}\}$ を購入し，タイプ B は $\{\frac{\rho_B}{1+\rho_B}\omega, \frac{1}{\rho_B}\}$ を購入する．

(3) 十分小さい γ に対して，均衡が存在しない

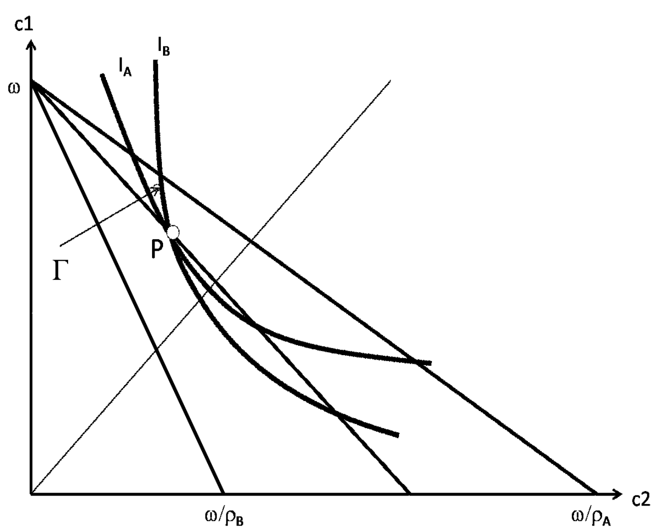


図 1: Pooling 均衡の不存在

(1) 利潤ゼロの条件から,

$$a^A + \gamma a^B = \bar{\zeta}[\rho_A a^A + \rho_B \gamma a^B]$$

が成り立つ．Pooling 均衡では $a^A = a^B = a$ であるから，$\bar{\zeta} = \frac{1+\gamma}{\rho_A + \rho_B \gamma}$．縦軸に c_1，横軸に c_2 をとり，年金を購入したときの予算制約線を引く

- 年金を購入しないときの消費の組合せは $(c_1, c_2) = (\omega, 0)$ なので縦軸の切片は ω
- 全額年金を購入したときの消費の組合せは $(c_1, c_2) = (0, \omega\zeta)$ なので横軸との交点は $\omega\zeta$
- タイプ i のリスク ρ_i に対して保険数理的に公正なら $\zeta = 1/\rho_i$
- 制約線の内側は消費可能集合であり，保険会社から見れば正の利潤が発生

Pooling 均衡を与える保険契約は $\{a, \bar{\zeta}\}$ なので，たとえば点 P が候補

- 点 P を通る無差別曲線の傾きは，タイプ B のほうがタイプ A よりも急

保険会社は点 Γ で示される年金をタイプ A に売って正の利潤をあげうる

- タイプ A にとって点 Γ は点 P より効用が高い
- タイプ B にとっては点 Γ は点 P より効用が低いのでこの年金を購入しない
- 保険を購入するのはタイプ A だけだが，点 Γ はタイプ A にとって保険数理的に公正な予算制約線の内側にあるので，保険会社は正の利潤を得る

よって，点 P は Pooling 均衡として成立しない．

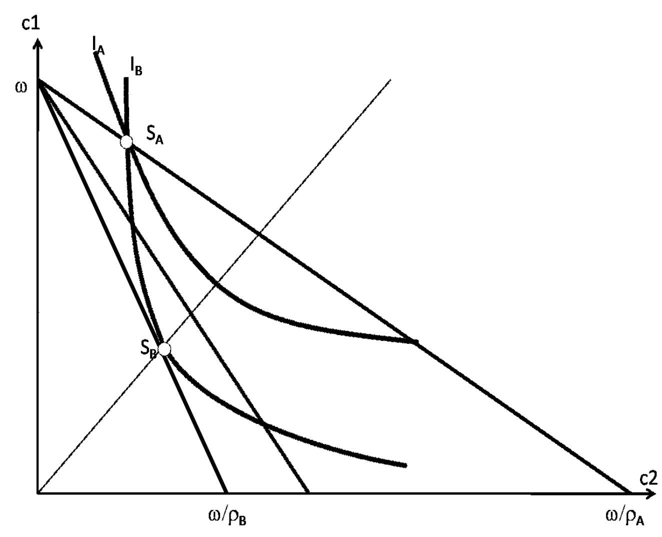


図 2: 分離均衡が存在するケース

(2) 分離均衡が存在するとき，利潤ゼロ条件から，タイプ A の消費点は直線 $\omega - (\omega/\rho_A)$ 上に，タイプ B の消費点は直線 $\omega - (\omega/\rho_B)$ 上にある．

- タイプ B の年金契約は full insurance よりよいものとはなりえない
- タイプ B はタイプ A のふりをしようとするが，タイプ A 向けに提示された年金契約は，タイプ B にとっては魅力的ではない
- タイプ A はタイプ B 向けの年金契約を買おうとはしない

分離均衡は，点 s_A, s_B で示される

- タイプ B への最も望ましい年金契約は full insurance
- タイプ A 向けの年金契約は，タイプ B の mimicking を防ぐために以下の最大化問題の解となる

$$\max_{a_1} u(\omega - a_1) + \rho_A u(a_1/\rho_A), \quad \text{s.t.} \quad (1+\rho_B) u\left(\frac{\omega}{1+\rho_B}\right) \geq u(\omega - a_1) + \rho_B u(a_1/\rho_A)$$

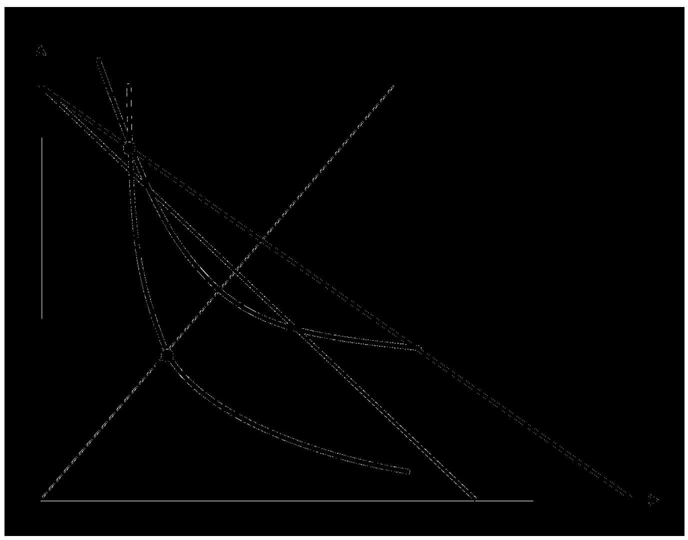
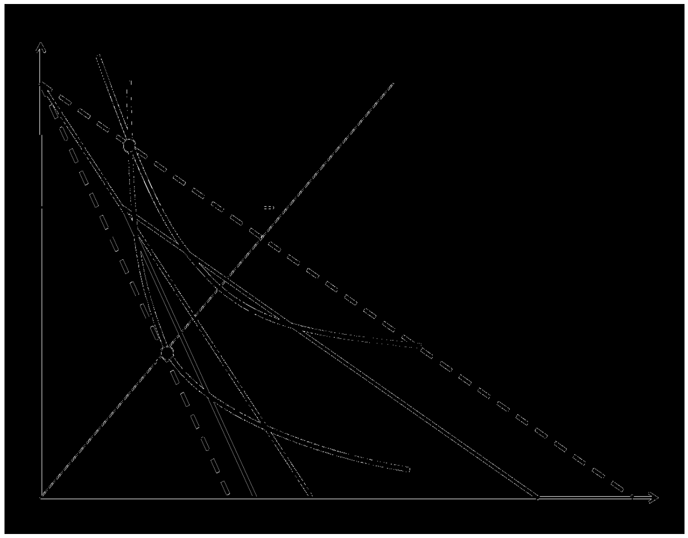


図 3: 分離均衡が存在しないケース

(3) 分離均衡となりうる点 s_A, s_B を考えよう．点 s_A を通るタイプ A の無差別曲線が，Pooling 均衡となりうる直線 $\omega - \omega\bar{\zeta}$ と交わるとき，分離均衡 も 存在しない．

- $\omega - \omega\bar{\zeta}$ と I_A で囲まれたレンズ状の範囲の保険が正の利潤をもたらす
- このエリアはタイプ A にとっては点 s_A より望ましい
- このエリアはタイプ B にとっては点 s_B より望ましい
- Pooling された年金契約は正の利潤をもたらす
- ただし，Pooling 均衡も存在しない．

公的年金の意義



公的年金と私的年金の違いは，購入を強制できること．

- 内部補助（cross-subsidy）が可能．私的競争企業ではいいとこどりされてしまう
- ここでは全体の生存率について保険数理的に公平な公的年金を導入 $(\bar{a})$ したとする

新たな予算制約線は，$(c_1, c_2) = (\omega - \bar{a}, \bar{a}\zeta)$ を通る

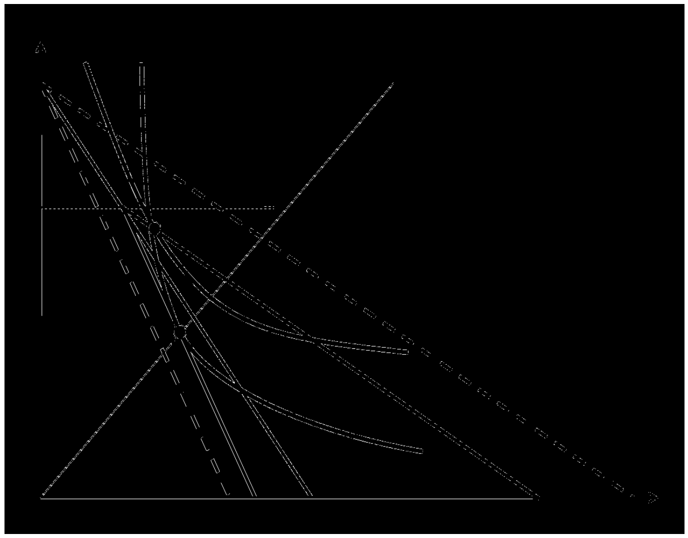
- 新たな予算制約線を引くと，追加的な私的年金の購入を分析できる
- 新たな分離均衡が存在すれば，もとの分離均衡よりタイプ B にとっては望ましい
- タイプ A にとっても新しい均衡が望ましければ Pareto 改善

つねに Pareto 改善になるとは限らない

- 政府も民間保険会社と同じ情報制約に直面
- 内部補助の可能性は，情報制約を克服して Pareto 最適な結果をもたらすには不十分

参考文献

[1] 小塩隆士．2005．社会保障と公的保険．神谷・山田編『公共経済学』．第 8 章．
[2] 井堀利宏．1996．公共経済の理論．有斐閣．第 9 章．



引用文献

[1] Eckstein, Z., M. Eichenbaum, D. Peled. 1985. Uncertain lifetimes and the welfare enhancing properties of annuity markets and social security. *Journal of Public Economics* **26**, 303-326.

[2] Enders, Walter and Harvey E. Lapan. 1982. Social security taxation and intergenerational risk sharing. *International Economic Review* **23(3)**, 647-658.

[3] Karni, E., I. Zilcha. 1986. Welfare and comparative statics implications of fair social security. *Journal of Public Economics* **30**, 341-357.

[4] Rothschild, M., J.E. Stiglitz. 1976. Equilibruim in competitive insurance markets: an essay in the economics of incomplete information. *Quarterly Journal of Economics* **90**, 624-649.

[5] Scheshinski, E., Y. Weiss. 1981. Uncertainty and optimal social security systems. *Quarterly Journal of Economics* **96**, 189-206.