公共財 (1)[1]

別所俊一郎[2]

公共財があるときには厚生経済学の基本定理は成立しない．そのようなときに何が起き，どうすれば社会厚生を増加させることができるのだろうか．

M9.2. 公共財とは

純粋公共財 pure public good 現実に存在する「公共財」のベンチマークケースとして，純粋な公共財を考えよう．ここでは消費財としての公共財を考えるが，投入としての公共財もありうる．公共財は以下の性質を満たす．実際には，どちらか 1 つだけを満たす財もある．

非排除性 無限大の費用をかけなければ，家計を公共財消費から排除できない．

非競合性 ある家計の公共財の消費は，他の家計の公共財消費を減少させない．ただ乗りできる．

非競合性が成り立っているとき，家計が望めば費用をかけずに供給量より少ない消費を費用をかけずに行うことができるとき,「free disposal」ができる，という．供給量より少ない消費ができないときには，消費を強制される．

準公共財 impure public good 公共財の供給が一定であるとき，公共財を消費する世帯が増えると財から得られる便益が少なくなるようなとき，すなわち，財からの効用が財の量の増加関数で，消費者数の減少関数であるとき，準公共財といい，混雑効果 congestion が発生している．道路や公園が典型.

M9.3. 公共財の最適供給

公共財の最適供給水準は，Samuelson (1954) などで示されたので，Samuelson 条件という．

純粋公共財

純粋公共財が 1 種類で，free disposal ができないとする（強制消費）．家計を $h = 1, ..., H$，私的財の消費ベクトルを x_i^h，公共財供給量を G とし，家計の効用を

$$U^h = U^h(x^h, G) \tag{9.1}$$

公共財生産の制約を生産関数で表現する[3]

$$G = f(X_0 - X), \quad X = \sum_{h=1}^{H} x^h \tag{9.2}$$

[1]

[2]bessho [at] econ.hit-u.ac.jp．間違いがあったらすぐにお知らせください．

[3]Myles では $F(X, G) \leq 0$ と表現されている．

この経済での最適な公共財供給量を求める．パレート最適な配分を求めるために，$h=2,...,H$ の効用水準を $\bar{U}^h(h=2,...,H)$ に保って $h=1$ の家計の効用を最大化するという問題を解く．つまり解くべき最大化問題は

$$\max_{\{x^h,G\}} U^1$$
$$\text{subject to} \quad U^h=\bar{U}^h(\text{ for } h=2,...,H), \quad G=f(X_0-X)$$

Lagrangean は

$$\mathcal{L}=U^1(x^1,G)+\sum_{h=2}^{H}\mu^h[U^h(x^h,G)-\bar{U}^h]-\lambda(G-f(X_0-X)) \tag{9.4}$$

x_i^h, G について FONC をとる．ただし，$\mu_1=1$ とおく．

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x_i^h}=\mu^h\frac{\partial U^h}{\partial x_i^h}-\lambda\frac{\partial f}{\partial X_i}=0, \quad \text{for } h=1,...,H \tag{9.5}$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial G}=\sum_{h=1}^{H}\mu^h\frac{\partial U^h}{\partial G}-\lambda=0, \quad \text{for } h=1,...,H \tag{9.6}$$

(9.5) より,

$$\mu^h=\lambda\frac{\partial f/\partial X_i}{\partial U^h/\partial x_i^h}$$

(9.6) に代入して.

$$\sum_{h=1}^{H}\lambda\frac{\partial f/\partial X_i}{\partial U^h/\partial x_i^h}\frac{\partial U^h}{\partial G}=\lambda$$

$$\underbrace{\sum_{h=1}^{H}\frac{\partial U^h/\partial G}{\partial U^h/\partial x_i^h}}_{\text{MRS の和}}=\underbrace{\frac{1}{\partial f/\partial X_i}}_{\text{MRT}} \tag{9.7}$$

すなわち，Samuelson 条件は,「公共財 1 単位を消費するためにあきらめてもよい私的財の量を個人について足し合わせたもの（左辺）」が,「公共財 1 単位を消費するために必要となる私的財の量（右辺）」が等しいことを示している．私的財の場合は MRS = MRT が成り立つことに注意.

- 非排除性は公共財の特性とされているが，Samuelson 条件では何の役割も果たしていない．排除性の程度は Samuelson 条件とは関係ない.

- Samuelson 条件は，配分をパレート最適にするための条件であって，それが分権経済で実現するかどうかについては述べていない．分権経済でどのような均衡が達成されるかはまた別問題.

Free disposal が可能なとき

公共財の実際の消費量 g^h に対して，効用関数を $U^h(x^h, g^h)$ とする．ただし，$g^h \leq G$．同様に考えると Lagrangean は

$$\mathcal{L} = U^1(x^1, g^h) + \sum_{h=2}^{H} \mu^h [U^h(x^h, g^h) - \bar{U}^h] - \lambda(G - f(X_0 - X)) + \sum_{h=1}^{H} \rho^h (G - g^h) \tag{9.11}$$

ただし，$g^h \leq G$ は不等号制約．Free disposal が可能だから，Samuelson 条件は,

$$\underbrace{\sum_{h=1}^{H} \frac{\partial U^h / \partial g^h}{\partial U^h / \partial x_i^h}}_{\text{MRS の和}} = \underbrace{\frac{1}{\partial f / \partial X_i}}_{\text{MRT}} \tag{9.12}$$

$$\text{ただし,} \frac{\partial U^h}{\partial g^h} = 0 \quad \text{if } g^h < G$$

条件の解釈は free disposal ができないときと同様だが，限界的に公共財から効用を得ない家計も存在.

混雑効果が存在するとき

公共財の消費に混雑効果が存在する場合には，公共財から得られる便益は，公共財そのものの量と同時に他家計の公共財消費量にも依存するから，その効用関数はたとえば以下のように書くことができる[4].

$$U^h = U^h(x^h, g^1, ..., g^H, G), \quad \frac{\partial U^h}{\partial G} > 0, \quad \frac{\partial U^h}{\partial g^h} \geq 0, \quad \frac{\partial U^h}{\partial g^j} < 0 \text{ (for } j \neq h) \tag{9.13}$$

公共財が non-disposable であれば，公共財の消費量は全家計で等しい $g^h = G$（for all h）から,

$$U^h = U^h(x^h, G, H) \tag{9.14}$$

と書ける．さて，$g^h \leq G$ という不等号制約を考えて Lagrangean を構成すると,

$$\mathcal{L} = U^1(x^1, g^1, ..., g^H, G) + \sum_{h=2}^{H} \mu^h [U^h(x^h, g^1, ..., g^H, G) - \bar{U}^h] - \lambda(G - f(X_0 - X)) + \sum_{h=1}^{H} \rho^h (G - g^h)$$

FONC は,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i^h} = \mu^h \frac{\partial U^h}{\partial x_i^h} - \lambda \frac{\partial f}{\partial X_i} = 0, \quad \text{for } h = 1, ..., H$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial G} = \sum_{h=1}^{H} \mu^h \frac{\partial U^h}{\partial G} - \lambda + \sum_{h=1}^{H} \rho^h = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial g^h} = \sum_{j=1}^{H} \mu^j \frac{\partial U^j}{\partial g^h} - \rho^h, \quad \text{for } h = 1, ..., H$$

[4] 供給された公共財の量と，家計の数などを用いて「混雑関数」を定義して，そこから家計の得られる「公共財サービスの量」を定義する方法もある.

第 1 式と第 3 式から，

$$\mu^h = \lambda \frac{\partial f/\partial X_i}{\partial U^h/\partial x_i^h}, \quad \sum_{j=1}^{H} \frac{\partial U^j/\partial g^h}{\partial U^j/\partial x_i^j} = \frac{\rho^h}{\lambda(\partial f/\partial X_i)} \tag{9.15}$$

第 2 式に代入して λ を cancel out すると，

$$\sum_{h=1}^{H} \frac{\partial U^h/\partial G}{\partial U^h/\partial x_i^h} + \sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{H} \frac{\partial U^j/\partial g^h}{\partial U^j/\partial x_i^j} = \frac{1}{\partial f/\partial X_i} \tag{9.16}$$

これが Pareto 最適の条件となる．

- 最適点で $g^h < G$ がすべての h について成り立っているとすると，相補性条件からすべての h について $\rho^h = 0$．このとき（9.16）は通常の Samuelson 条件を表している．また（9.15）から

  $$\sum_{j=1}^{H} \frac{\partial U^j/\partial g^h}{\partial U^j/\partial x_i^j} = 0$$

  が成り立つ．分母は常に正，$j = h$ のとき分子は正，$j \neq h$ のとき分子は負だから，このことは公共財の直接のデメリットと，混雑効果による間接効果が均衡することを示している．

- 最適点で $g^h = G$ がいくつかの h について成り立っているとすると，相補性条件からそれらの h について $\rho^h > 0$．このとき（9.16）の左辺第 2 項が正の値をとるので，

  $$\sum_{h=1}^{H} \frac{\partial U^h/\partial G}{\partial U^h/\partial x_i^h} < \frac{1}{\partial f/\partial X_i}$$

  だから，通常の Samuelson 条件よりも G の量は大きい．これは，G が増えることによって直接の便益が発生すると同時に，disposal を行う個人が出てくることで混雑効果が減少する間接効果が発生していることによる．

Public input

社会資本やインフラストラクチャは，消費財としての公共財というよりも生産要素であるから，生産関数を

$$y_j = f^j(\ell^j, G)$$

とおくことができる．詳細は Myles Ch.9 の 3.4 を見よ．

M9.4. Lindahl メカニズム

公共財が等量消費されるとき，公共財に対する家計の評価が異なるのに各家計が同じ価格に直面することになれば効率性は失われる．そこで，私的財が同一価格のもとで消費量が異なるのとは対照的に，公共財は異なる価格のもとで等量消費できれば，効率的な配分が達成できるかもしれない．このような個別の価格（personalized price）を想定した仕組みをメカニズムをリンダール・メカニズムという．

2 人経済

公共財が 1 種類ある 2 人経済を考える．2 人には生産要素がそれぞれ $\omega^h(h=1,2)$ だけ与えられている．私的財と公共財はともに規模に関して収穫一定の生産技術によって，2 人が所有している生産要素から生産される．2 人は生産要素を非弾力的に供給して所得を得る．生産要素の価格を 1 に基準化すると所得は $\omega^h(h=1,2)$ である．私的財 1 単位を生産するのに必要な生産要素は 1 単位，公共財 1 単位を生産するのに必要な生産要素は p_G 単位である．私的財と公共財の限界代替率は p_G に等しい．効用関数を次のようにおく．

$$U^h = U^h(x^h, G), \quad \text{for } h = 1,2 \tag{9.23}$$

ここで，公共財生産に必要な費用をこの 2 人に割り振る．2 人は割り振られた費用シェア（価格 τ^h）に応じて公共財と私的財の需要量を決める．公共財は non-disposable とすると，この 2 人の解くべき最適化問題は,

$$\max_{\{x^h, G^h\}} U^h = U^h(x^h, G), \quad \text{subject to } x^h + \tau^h p_G G^h = \omega^h \tag{9.24}$$

FONC より

$$\frac{\partial U^h/\partial G}{\partial U^h/\partial x^h} = \tau^h p_G \tag{9.26}$$

これを G^h について解き直すと，価格 τ^h に対する反応関数（Lindahl reaction function）を得る

$$G^h = L^h(\tau^h; \omega^h) \tag{9.27}$$

これは需要関数みたいなものであり，SOSC が満たされ，効用関数が strictly concave なら $\partial L^h/\partial \tau^h < 0$ が成り立つ．さて，公共財は等量消費されるから，G^h が 2 人のあいだで等しくなればよい．すなわち，リンダール均衡は $(\hat{\tau}^1, \hat{\tau}^2)$ の組合せで,

$$\hat{\tau}^1 + \hat{\tau}^2 = 1, \quad L^1(\hat{\tau}^1; \omega^1) = L^2(\hat{\tau}^2; \omega^2) = G^*$$

を満たす.

- リンダール均衡では，公共財生産の費用は消費する 2 人によって賄われ，かつ，家計の最適化の FONC が満たされる．
- （9.26）式を足しあげると明らかなように，リンダール均衡では Samuelson 条件が満たされる．
- 初期保有 $\omega^h(h=1,2)$ を変化させると，Pareto 最適な，異なるリンダール均衡が求まる．
- リンダール均衡を達成する $(\hat{\tau}^1, \hat{\tau}^2)$ が事前に分かっていれば Pareto 最適な均衡が達成されるが，試行錯誤して $(\hat{\tau}^1, \hat{\tau}^2)$ を定めようとするとき，消費者には自分の正確な選好を表明（revelation of preference）するインセンティブはなく，戦略的行動をとる可能性がある．そのとき，達成されるリンダール均衡は Pareto 効率的ではない．

M9.5. 公共財の自発的供給

リンダール・メカニズムは，家計の反応を見つつ政府部門が公共財を供給する，という経済を想定していた．もし，各家計が公共財を自発的に提供するという状況であれば，公共財消費はどうなるだろうか[5]．公共財の自発的提供の結論は，ゲームの構造に依存する．

モデル

リンダール・メカニズムと同じような経済を考える．家計には生産要素がそれぞれ$\omega^h (h = 1, ..., H)$だけ与えられている．私的財と公共財はともに規模に関して収穫一定の生産技術によって，家計が所有している生産要素から生産される．家計は生産要素を非弾力的に供給して所得を得る．生産要素の価格を 1 に基準化すると所得は ω^h である．私的財 1 単位を生産するのに必要な生産要素は 1 単位，公共財 1 単位を生産するのに必要な生産要素は p_G 単位である．私的財と公共財の限界代替率は p_G に等しい．効用関数を次のようにおく．

$$U^h = U^h(x^h, G), \quad G = \sum_{h=1}^{H} g^h, \quad \text{for } h = 1, ..., H \tag{9.29}$$

g^h は各家計が供給する公共財の量である．家計 h にとって，自分以外の家計が供給する公共財の量を G_{-h} とおく．すなわち，

$$G_{-h} = G - g^h \tag{9.30}$$

家計の解くべき最適化問題は，

$$\max_{\{x^h, g^h\}} U^h = U^h(x^h, G), \quad \text{subject to } x^h + p_G g^h = \omega^h$$

$$\max_{\{g^h\}} U^h(\omega^h - p_G g^h, g^h + G_{-h}) \tag{9.31}$$

ここで，家計は Nash 的な行動をとると仮定する．すなわち，他の家計の公共財提供量 G_{-h} を所与として，自分の公共財提供量を決めるとする．したがって，公共財提供量 G_{-h} に対する反応関数 $g^h = \rho^h(G_{-h})$ を考えることができる．

このとき，最適化の FONC より

$$\frac{\partial U^h / \partial G}{\partial U^h / \partial x^h} = \tau^h p_G \tag{9.33}$$

両辺全微分して整理すると，

$$\frac{dg^h}{dG_{-1}} = \frac{U^h_{xG} p_G - U^h_{GG}}{U^h_{xx} p_G^2 - 2U^h_{xG} p_G + U^h_{GG}} \quad (< 0 \quad \text{if } U^h_{xG} > 0) \tag{9.35}$$

Nash 均衡は，$\{\hat{g}^h\}$ の組合せで，$0 \leq g^h \leq \omega^h / p_G$ かつ，

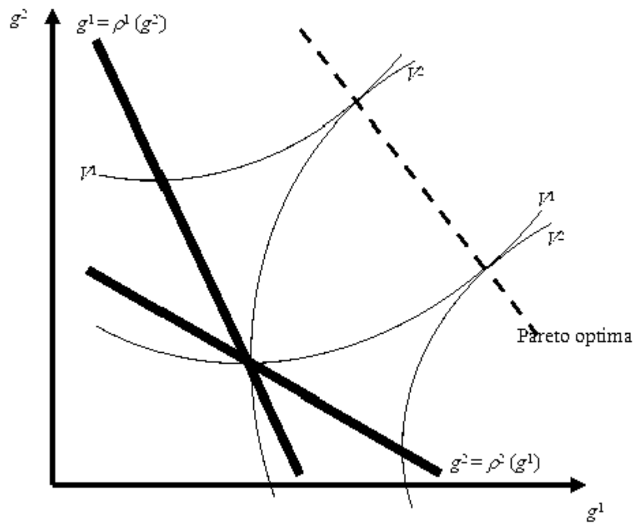
$$\hat{g}^h = \rho^h(G_{-h}) \quad \text{for all } h, \text{ with} \quad G_{-h} = \sum_{j=1, j \neq h}^{H} \hat{g}^h$$

を満たす．

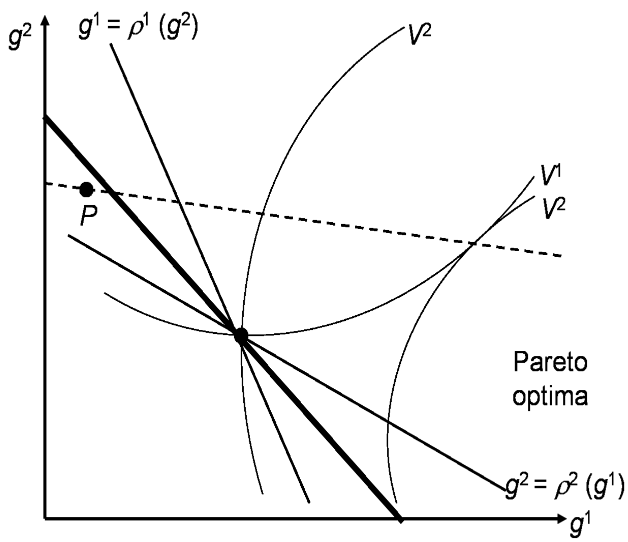
[5]実際には公共財は政府部門と民間部門両方によって提供される．「寄付」や社会貢献等を想起せよ．

効率性の評価

このような Nash 均衡は弱い条件で一意であり，一般には Pareto 最適ではなく，公共財の過少供給が生じている．



ただし，効用関数の 2 次の条件が満たされていないときには，公共財の過剰供給というアノマリーが生じる可能性がある．

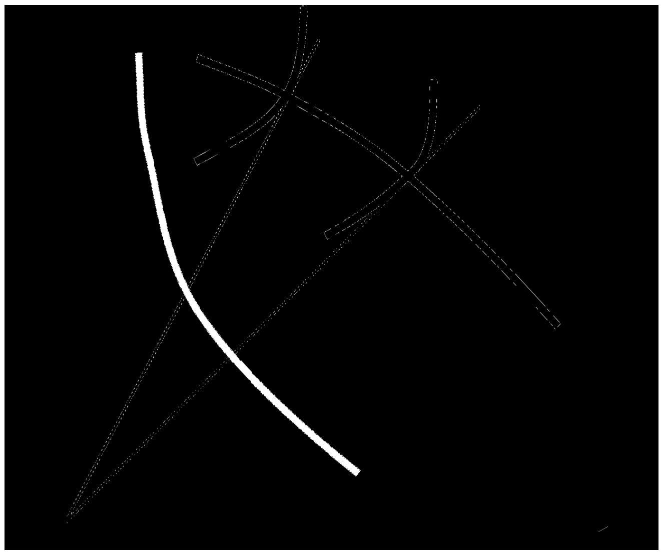


家計の数

家計の数が増えると，公共財供給は Pareto 最適な供給量からさらに過少になるのか，それとも Pareto 最適な供給量に近づくのだろうか．ここでは同質な家計の数が増える場合を考えてみる．同質な家計では対称均衡を考えることができ，各家計の自発的供給量は，

$$g = \frac{G_{-h}}{H-1} \tag{9.37}$$

$g - G_{-h}$ 平面に，家計の反応曲線と，この均衡条件を示す線を書くと，交点が均衡を示す．図からわ



かるように，全体としての公共財供給の変化は，家計の反応関数の傾き（9.34 式）に依存している．

- $\rho'(G_{-h}) < 1$ のとき，$G = Hg$ は H の増加関数
- $\rho'(G_{-h}) = 1$ のとき，$G = Hg$ は H から独立
- $\rho'(G_{-h}) > 1$ のとき，$G = Hg$ は H の減少関数

公共財供給の中立命題

Nash 的な公共財の自発的供給を前提とするとき，政府の所得再分配政策が民間の公共財負担の調整で相殺される（Warr 1983, Bergstrom et al.1986）．

経済に H 家計存在しており，それらの選好は同一であるが，初期保有 ω^h のみが異なるとする．このとき，家計 h の最適化問題は

$$\max_{\{x^h, G\}} U^h(x^h, G) \quad \text{subject to} \quad x^h + G = \omega^h + G_{-h}$$

と書くことができる．ここから，公共財の需要関数

$$G = \max(\zeta(\omega^h + G_{-h}), G_{-h})$$

を得る．ここで，$0 < \zeta' < 1$ と仮定する．この家計について $\zeta > G_{-h}$ であれば，

$$G = \zeta(\omega^h + G_{-h}), \quad \omega^h + G_{-h} = \zeta^{-1}(G)$$

と表現できるから，自発的供給量は，

$$\begin{aligned} g^h &= G - G_{-h} = G - (\zeta^{-1}(G) - \omega^h) = \omega^h - (\zeta^{-1}(G) - G) \\ &= \omega^h - \phi(G), \quad 0 < \phi' < \infty \end{aligned}$$

と表現できる．$g^h > 0$ となる ω の水準を ω^* とおくと，$\omega^* = \phi(G)$ であり，ω^* は G のみに依存する．このとき，公共財の全体での供給量は，

$$G = \sum_{h=1}^{H} g^h = \sum_{\omega^h > \omega^*} (\omega^h - \omega^*)$$

したがって，$\omega^h > \omega^*$ を満たす家計の集合が変化しない限り，この集合内での所得再分配は公共財供給量 G を変化させない．このとき，この集合に含まれる家計の私的消費も変化しない．

参考文献

[1]

引用文献

[1] Bergstrom, T.C., L. Blume, H. Varian, 1986. On the private provision of public goods. *Journal of Public Economics* **29**, 25-49.

[2] Warr, P.G. 1983. The private provision of a pure public good is independent of the distribution of income. *Economics Letters* **13**, 207-211.