物品税

別所俊一郎[1]

競争経済で一定の税収をあげる必要性があるときの最適税制はどのようなものか，線形の物品税について検討する．Ramsey (1927) にはじまる最適課税論では，税収の制約条件のもとで社会厚生を最大にする税率の組合せが検討された．Diamond and Mirrlees (1971) によって再解釈された最適課税論は，公的企業の価格規制問題にもつながる[2]．

M4.2. 利用可能な政策手段

ここでは利用可能な政策手段は物品税（commodity tax）のみとする．個別の家計の情報を必要とする一括税・補助金（lump-sum tax/subsidy）は利用できないとする．それほどの情報を必要としない人頭税も考えない[3]．また，家計間の交換は捨象する．

税率の設定として，さしあたって線形税のみを考える．以下では $q_i = p_i + t_i$ のみ考えるが，$q_i = p_i(1 + t_i)$ でもよい．各財にかかる税率を control variables とし，社会厚生関数の最大化問題から得られる 1 階の必要条件（FONC）を検討する．特殊ケースを除いて税率について closed form の解は得られないから，最適税制が満たすべき性質をおもに検討する．注目すべきは税率そのものよりも，最適課税のもとで実現する資源配分である．

M4.3. Ramsey Rule

設定

単一の（同質的な）家計と，1 財を生産する企業からなる競争経済を考える．財の種類は n で，労働が唯一の生産要素である．生産技術は規模に関して収穫一定とすると，財 1 単位の生産に必要な労働を表す係数 c^i と賃金率 w に対して，各財の税引前（生産者）価格は

$$p_i = c^i w, \quad i = 1, ..., n. \tag{4.1}$$

労働をニュメレールとし，価格を w で一定とする．労働は課税されない．税引後（消費者）価格を

$$q_i = p_i + t_i, \quad i = 1, ..., n, \tag{4.2}$$

とすると，財の消費量 x_i と必要な税収 R の関係は

$$R = \sum_{i=1}^{n} t_i x_i. \tag{4.3}$$

[1]bessho [at] econ.hit-u.ac.jp．間違いがあったらすぐにお知らせください．
[2]固定費用を回収するためのマークアップ規制へ応用され，Ramsey pricing と呼ばれる．
[3]同質的個人のみを考える場合には一括税と同じになる．人頭税を考慮しないのは，理論の「おもしろさ」の問題かもしれないが，人頭税を導入した論文もある．山田（2005）参照．

この税収 R は労働の購入に用いられるが，生産されるサービスは取引されない[4]．家計の効用は間接効用関数で表現され[5]，

$$U = V(q_1, ..., q_n, w, I) \tag{4.4}$$

I は lump-sum income である．生産技術が規模に関して収穫一定，また競争経済であるので，企業の利潤はゼロで，家計に配当収入はない．

導出

解くべき最適課税問題は，

$$\max_{t_1,\dots,t_n} V(q_1, ..., q_n, w, I) \quad \text{subject to } R = \sum_{i=1}^{n} t_i x_i \tag{4.5}$$

Lagrangean と FONC は

$$\mathcal{L} = V(q_1, ..., q_n, w, I) + \lambda \left(\sum_{i=1}^{n} t_i x_i - R \right) \tag{4.6}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_k} = \frac{\partial V}{\partial t_k} + \lambda \left(x_k + \sum_{i=1}^{n} t_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k} \right) = 0 \tag{4.7}$$

移項すると，

$$\underbrace{\frac{\partial V}{\partial t_k}}_{\text{財 } k \text{ への課税による効用減}} = -\lambda \underbrace{\left(x_k + \sum_{i=1}^{n} t_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k} \right)}_{\text{財 } k \text{ への課税による限界収入}} \qquad i = 1, ..., n. \tag{4.9}$$

Roy's identity より，α を所得の限界効用として，

$$\frac{\partial V}{\partial q_k} = -\frac{\partial V}{\partial I} x_k = -\alpha x_k \tag{4.11}$$

また Slutskey 方程式より，

$$\frac{\partial x_i}{\partial q_k} = \left. \frac{\partial x_i}{\partial q_k} \right|_U - x_k \frac{\partial x_i}{\partial I} = S_{ik} - x_k \frac{\partial x_i}{\partial I} \tag{4.13}$$

だから，代入して整理すると，Ramsey Rule を得る．

$$\sum_{i=1}^{n} t_i S_{ik} = -\theta x_k, \quad \theta = \left[1 - \frac{\alpha}{\lambda} + \sum_{i=1}^{n} t_i \frac{\partial x_i}{\partial I} \right] \tag{4.17}$$

ここで，θ は財 k に依存しない．この Ramsey Rule を足しあげると

$$\sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} t_i t_k S_{ik} = \sum_{k=1}^{n} -\theta t_k x_k = -\theta R \tag{4.18}$$

スルツキー行列は negative semi-definite だから，左辺は非正．よって $R > 0$ のとき $\theta > 0$．

[4]国防などが想定される．ここでは単なる無駄遣いと考えてもよいが，いずれにしても簡単化の仮定．

[5]間接効用関数で議論するので，家計の最適化問題自体は明示的に登場しないことに注意せよ．直接効用関数を用いて，家計の最適化行動を制約条件とすることもできかもしれないが，こちらのほうが標準的．

解釈と含意

- 財 k への課税に注目する．スルツキー方程式の定義から，税率が低ければ近似的に

$$t_i S_{ik} = t_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k}\bigg|_U \tag{4.20}$$

が成り立つから，Ramsey Rule を変形した

$$d_k \equiv \frac{\sum_{i=1}^n t_i S_{ik}}{x_k} = -\theta < 0, \quad k = 1, ..., n \tag{4.23}$$

は,「最適税率のもとでは補償需要の変化率はすべての財について等しい」ことを示している[6]．財の需要の交差弾力性を考慮しなければならないが，だいたいにおいて価格弾力性の低い財の税率は高く，弾力性の高い財の税率は低くなるようにみえる．つまり，必需財の税率が高く，奢侈財の税率が低くなる．ただしここでは，同質的な家計を想定しているから，平等については考慮できない．

- 最適税制のもとでは，代替効果を通じた歪みが発生しているが，その歪みは最小化されている．その意味で次善（second best）が達成されている．

- (4.9) 式を変形すると，

$$\frac{\partial V/\partial t_k}{x_k + \sum_{i=1}^n t_i \frac{\partial x_i}{\partial q_k}} = -\lambda$$

となる．左辺は税収 1 単位あたりの限界的な効用減を示しており，右辺は k に依存しない．つまり，最適税制のもとでは各課税ベースからの追加的な税収 1 単位がもたらす限界的な厚生損失の大きさは等しい．

- 同質的な家計を想定しており，平等について議論できないが，最も単純なケースとしてベンチマークを提供している．

逆弾力性命題

交差弾力性がすべてゼロという仮定を追加してみる．いま，

$$\frac{\partial x_i}{\partial q_k} = 0, \quad \forall i \neq k \tag{4.26}$$

とおいて変形すると，

$$\frac{t_k}{q_k} = \left(\frac{\alpha}{\lambda} - 1\right)\frac{1}{\varepsilon_k^d}, \quad \varepsilon_k^d \equiv \frac{\partial x_k/\partial q_k}{x_k/q_k} \tag{4.30}$$

となり，Ramsey Rule の特殊形としての逆弾力性命題（inverse elasticities rule）を得る．

[6] $d_k \equiv \sum_{i=1}^n t_i S_{ik}/x_k$ は index of discouragement と呼ばれることもある．

M4.4. 異質経済への拡張

公平性の問題を扱うために，異質な世帯の存在する経済を考える．

導出

H 世帯の家計がいるとして，家計 h の間接効用を

$$U^h = V^h(q_1, ..., q_n, w, I) \tag{4.31}$$

とおく．V^h の形状は家計によって異なる．消費量を $\{x_1^h, ..., x_n^h\}$ とする．Bergson-Samuelson 型社会厚生関数を想定すると，解くべき最大化問題は

$$\max_{t_1,\dots,t_n} W = W(V^1(\cdot), ..., V^H(\cdot)) \quad \text{subject to } R = \sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^H t_i x_i^h \tag{4.34}$$

ラグランジュ乗数を λ とおくと FONC は

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_k} = \sum_{h=1}^H \frac{\partial W}{\partial V^h} \frac{\partial V^h}{\partial q_k} + \lambda \left(\sum_{h=1}^H x_k + \sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^H t_i \frac{\partial x_i^h}{\partial q_k} \right) = 0 \tag{4.35}$$

Roy's identity を用いると，所得の社会的限界効用を β^h として

$$\sum_{h=1}^H \beta^h x_k^h = \lambda \left(\sum_{h=1}^H x_k + \sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^H t_i \frac{\partial x_i^h}{\partial q_k} \right) \tag{4.38}$$

ただし，$\beta^h = \frac{\partial W}{\partial V^h} \alpha^h = \frac{\partial W}{\partial V^h} \frac{\partial V^h}{\partial I^h}$

Slutskey 方程式を用いて変形すると，

$$\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^H t_i S_{ik}^h}{\sum_{h=1}^H x_k^h} = \frac{1}{\lambda} \frac{\sum_{h=1}^H \beta_k^h x_k^h}{\sum_{h=1}^H x_k^h} - 1 + \frac{\sum_{h=1}^H x_k^h \left(\sum_{i=1}^n t_i \frac{\partial x_i^h}{\partial I^h} \right)}{\sum_{h=1}^H x_k^h} \tag{4.40}$$

ここで左辺は財 k の総補償需要の変化率で，大きいほど減少率が小さい．以下のような含意.

- （公平性）右辺第 1 項はどのような世帯に消費が集中しているかを示している．β^h は社会的厚生ウェイトと所得の限界効用の積だから，β^h が大きく，社会的限界効用が大きい世帯がたくさん消費している財は，最適税制のもとで総補償需要の減少率が小さい．
- （効率性）右辺第 3 項は所得が変化したときの税収の変化を示している．所得変化に対して消費量が大きく変化するような財は，最適税制のもとで総補償需要の減少率が小さい．

(4.40) 式を書きなおすと，

$$\frac{\sum_{i=1}^n \sum_{h=1}^H t_i S_{ik}^h}{\sum_{h=1}^H x_k^h} = -\left(1 - \sum_{h=1}^H b^h \frac{x_k^h}{\sum_{h=1}^H x_k^h} \right) \tag{4.44}$$

ただし，$b^h = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial W}{\partial V^h} \frac{\partial V^h}{\partial I^h} + \sum_{i=1}^n t_i \frac{\partial x_i^h}{\partial I^h}$

b^h は net social marginal utility of income とよばれ，所得 I^h が変化したときの社会厚生の変分と税収の変分の和．総補償需要の変化率は b^h と x_k^h の積に比例するから，b^h と x_k^h の共分散が大きいほど総補償需要の減少率は小さい．

ここでも，最適税制は closed form では与えられないことに注意．

Ramsey Rule との関係

ここでの設定では b^h は内生的に決まるが，$b^h = b \forall h$ とすると，Ramsey Rule が導出される（確認せよ）．

参考文献

[1] Diamond, P.A., J.A. Mirrlees. 1971. Optimal taxation and public production 1 and 2. *American Economic Review* **61**, 8-27 and 261-278.

[2] Ramsey, F.P. 1927. A contribution to the theory of taxation. *Economic Journal* **37**, 47-61.

[3] Salanie, B. 2003. *The Economics of Taxation.* MIT Press.

[4] 山田雅俊．2005．課税の影響，労働供給と最適課税．神谷・山田編著第 3 章．