

計量経済分析 宿題 [第 1 回]

別所俊一郎

締め切り：4月26日水曜日、1限終了時

TA セッション：4月26日水曜日、3限

Stock and Watson [2003] Chapter 2 の “Review the Concepts” と “Exercises” を全て解いたうえで、以下の問題については回答を提出しなさい。

1. (Review the Concepts 2.4)
2. (Exercise 2.2)
3. (Exercise 2.8)
4. (Exercise 2.10)
5. いま、世帯主の年齢と家計の年間収入について調べているとしましょう。年齢と収入のグループごとの世帯数が(表1)で与えられるとします。このデータは、2005年「家計調査」から得たものですが、これを母集団と考えることにしましょう(このデータから、想定される母集団の特性を推測しようとするものではありません)¹。このとき、以下に答えなさい。
 - (a) (相対)同時密度と周辺密度を求めなさい。また、所得の累積分布関数を描きなさい。
 - (b) 25～29歳と55～59歳の2つのグループについて所得の条件付き頻度を求めなさい。また、それぞれの年齢グループについて世帯所得の平均値を求めなさい。
 - (c) もし世帯所得と世帯主の年齢が独立に分布しているとしたら、上で求めた2つの世帯所得平均値はどうなるものと考えられますか？このデータではそのようなことは起きていますか？
 - (d) 世帯所得と世帯主の年齢が独立に分布しているとしたら、周辺密度と同時密度にはどのような関係が成り立っているか、数式で示しなさい。また、それがこのデータで成り立っているか、数値例を一つ示しなさい。
6. 稀な疾患(たとえば AIDS)の検査の正確性について以下のような状況を想定しましょう。いま、ある検査を受けたときに HIV 反応が陰性であることを $Y = 0$ 、陽性であることを $Y = 1$ と表します。また、実際に HIV 感染していることを $X = 1$ 、していないことを $X = 0$ で表します。人口全体の 0.1% が HIV に感染しており、この検査は、(1) HIV に感染しているときに陽性反応を示す、(2) HIV に感染していないときに陰性反応を示す、のいずれについても 95% の正確さをもっているとしましょう。
 - (a) 変数 (X, Y) の同時密度関数を求めなさい。
 - (b) この検査の結果(変数 X) の周辺密度を求めなさい。また、検査で陽性反応が出たときに実際に HIV 感染している条件付き確率を求め、その結果について説明しなさい。

¹このデータは、総務省統計局の家計調査結果表(農林漁家世帯を除く結果) <平成 17 年平均> の表 5-6 「年間収入階級別(抽出率調整済実数)」から入手できる。URL: <http://www.stat.go.jp/data/kakei/2005n/index.htm>

- (c) 上記の問題は条件付き確率 $Pr(X = x|Y = y)$ を $Pr(Y = y|X = x)$ に変換するひとつの応用です。 $Pr(X = x|Y = y) \neq Pr(Y = y|X = x)$ となるような他の具体例を示しなさい。
7. 確率変数 X で条件付けられた確率変数 Y の条件付き密度と、それぞれの無条件密度が分かっているときに、確率変数 Y で条件付けられた確率変数 X の条件付き密度を求める必要があることがしばしばあります。 $Pr(Y = y|X = x)$ 、 $Pr(X = x)$ 、 $Pr(Y = y)$ が分かっているときに $Pr(X = x|Y = y)$ を求める公式 (ベイズの定理) を導きなさい。

(表1) 年間収入階級別世帯分布

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁	
	～24 歳	25～29	30～34	35～39	40～44	45～49	50～54	55～59	60～64	65～69	70歳以上	
Y ₁	～200万円	837	4,076	13,035	4,664	10,184	5,878	8,031	14,955	35,558	38,835	92,312
Y ₂	200～250	4,755	9,307	13,388	17,156	9,682	12,580	19,293	25,492	58,375	84,394	114,974
Y ₃	250～300	4,731	12,584	31,182	19,636	27,357	23,068	18,156	32,462	103,466	137,033	165,714
Y ₄	300～350	3,707	33,100	57,242	43,295	37,122	28,305	42,341	60,227	80,817	140,681	294,597
Y ₅	350～400	5,621	30,506	55,571	51,146	42,167	28,036	44,922	52,497	107,460	161,721	273,086
Y ₆	400～450	2,963	32,967	93,241	63,459	54,373	42,268	52,915	69,564	121,356	108,474	201,378
Y ₇	450～500	3,143	29,351	79,365	75,759	57,019	41,941	57,154	70,501	98,288	113,323	158,807
Y ₈	500～550	332	31,579	76,653	81,076	75,867	61,744	69,445	89,137	93,980	76,388	105,854
Y ₉	550～600	1,376	17,001	65,858	86,301	86,736	58,445	52,215	80,411	88,017	69,626	82,459
Y ₁₀	600～650	0	9,575	57,905	87,150	92,839	69,635	80,023	74,699	69,125	55,379	53,133
Y ₁₁	650～700	0	3,179	41,926	62,659	81,787	66,367	59,967	66,359	63,790	42,933	54,115
Y ₁₂	700～750	0	7,612	40,786	66,809	72,770	62,375	59,400	81,136	45,495	37,964	31,158
Y ₁₃	750～800	0	2,150	20,706	42,969	51,863	68,085	46,498	38,490	38,490	23,741	28,160
Y ₁₄	800～900	0	9,751	30,081	89,133	100,098	112,136	164,100	125,735	73,482	41,383	33,415
Y ₁₅	900～1,000	0	6,705	25,767	37,767	74,909	94,672	111,793	85,859	43,653	22,946	12,881
Y ₁₆	1,000～1,250	0	3,084	22,147	43,963	72,307	128,436	159,058	160,547	76,525	43,395	54,666
Y ₁₇	1,250～1,500	0	369	6,703	18,850	42,354	55,057	77,283	89,654	35,437	18,539	20,970
Y ₁₈	1,500万円～	0	26	1,742	8,040	18,580	39,588	54,195	77,125	38,332	24,292	29,887

(出所) 総務省統計局「家計調査結果表(農林漁家世帯を除く結果)<平成17年平均>」表5-6