

2018年度 解析学IIa レポート問題

- 期末試験と本レポートによって採点する。本レポートが占める割合はおおよそ 10%である。ただし、試験の結果が思わしくない学生に対しては、本レポートの内容が良ければ、救済する可能性もある。
- 提出期限: 7月24日(火) 正午(厳守)
- 提出方法: keio.jp から提出すること。レポートを手書きで作成し、スキャンしたもの、または写真に撮ったものを提出してもよい。Tex で作成した場合は、必ず pdf に変換すること。

以下の問題すべてに解答せよ。但し、講義中に紹介した命題や定理は断りなく用いても良い。

1. 2次元ユークリッド空間 $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ における通常の位相を考える。
集合 $A = (\mathbb{Q} \cap [0, 1]) \times (\mathbb{Q} \cap [0, 1])$ に対して、以下の問いに答えよ。
 - (a) A の任意の要素は A の境界点であることを証明せよ。
 - (b) 点 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ は A の境界点であることを証明せよ。
 - (c) 点 $(1.01, 1)$ は A の外点であることを証明せよ。
 - (d) A の閉包を求めよ。
2. $X = \{a, b, c, d, e\}$, $\mathcal{U} = \{X, \emptyset, \{a\}, \{c, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d, e\}\}$ とする。以下の問いに答えよ。
 - (a) (X, \mathcal{U}) は位相空間であることを証明せよ。
 - (b) (X, \mathcal{U}) はハウスドルフ空間でないことを証明せよ。
 - (c) c と d を交互に取る点列 c, d, c, d, \dots の極限をすべて挙げよ。
3. ハウスドルフ空間 X のコンパクト部分集合 A_1, A_2, \dots, A_n ($n \in \mathbb{N}$) に対して、 $\bigcap_{k=1}^n A_k$ も X のコンパクト部分集合になることを示せ。

以上