

2019年度 入ゼミ試験問題

注意事項

- 試験時間は 100 分とする。途中退出は自由。
- トイレに行きたくなったり具合が悪くなったりした場合は、監督者に申し出ること。
- 本試験は「持込不可」である。細かな点については常識の範囲内で。
- 答案用紙は持ち帰らないこと。
- 論述力を重視するので、証明や途中計算はできるだけ詳しく正確にきちんと記述すること。
- 合格者は、
吹田、新保著「理工系の微分積分学」(学術図書出版)
を購入し、第1回目のゼミのときに持参すること。

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-1} \right)^x$ の値を求めよ。

2. $\int_0^x t \exp \left\{ -\frac{t^2}{2} \right\} dt = \frac{1}{2}$ を満たす $x > 0$ の値を求めよ。

3. $p > 0$ に対し、 \mathbb{R} 上の関数 $f(x) = |x|^p$ の微分可能性について議論せよ。また、微分不可能な点を除いた箇所の微分係数を求めよ。
(ヒント: p の値で場合分けせよ。)

4. $[0, \infty)$ 上の実数値関数 $v(t)$ が、初期条件 $v(0) = 0$ 及び微分方程式

$$\frac{dv}{dt} = g - \lambda v$$

を満たすとき、 $\lim_{t \rightarrow \infty} v(t)$ の値を求めよ。ただし、 $g, \lambda > 0$ であり、関数 v は $[0, \infty)$ 上連続で $(0, \infty)$ 上何回でも微分できるものとする。

以上